

Elektronik 1, Foliensatz 4: MOS-Transistoren und Operationsverstärker

G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU-Clausthal (E1F4.pdf)
27. November 2024

Inhalt Foliensatz 4

MOS-Transistoren

- 1.1 Verstärker
- 1.2 Schaltbetrieb
- 1.3 CMOS-Gatter
- 1.4 Speicherzellen
- 1.5 Aufgaben

Operationsverstärker

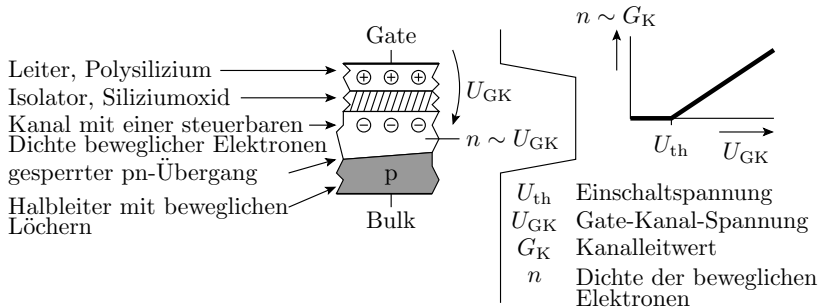
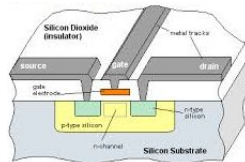
- 2.1 Verstärker
- 2.2 Rechenelemente
- 2.3 Komparator
- 2.4 Digital-Analog-Umsetzer
- 2.5 Analog-Digital-Umsetzer



MOS-Transistoren

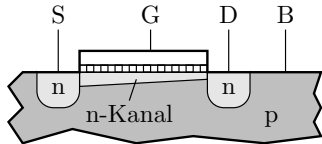
Funktionsprinzip

- Über der Halbleiteroberfläche befindet sich, isoliert durch eine dünne Oxidschicht, die Steuerelektrode, das Gate.
- Die Gate-Kanal-Spannung steuert die Dichte der beweglichen Ladungsträger (Elektronen oder Löcher) und damit den Leitwert im Kanal.

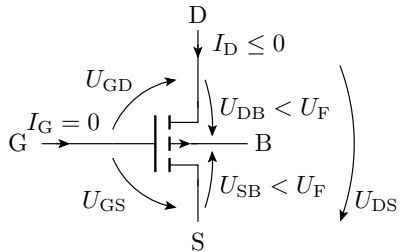
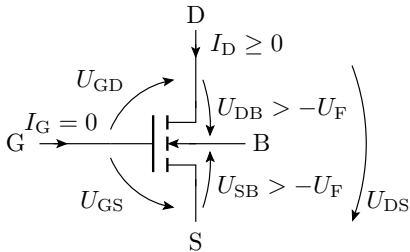
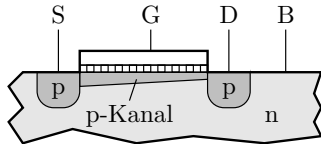


Aufbau und Anschlüsse

NMOS-Transistor



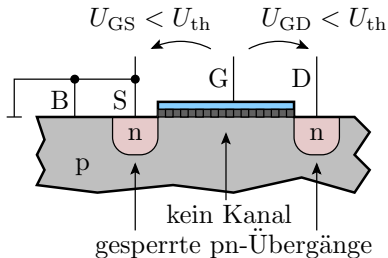
PMOS-Transistor



Bezeichnung der Anschlüsse, Spannungen etc.

G	Gate (Steueranschluss)	U_{GS}	Gate-Source-Spannung
S	Source (Quelle bewegl. Lad.)	U_{GD}	Gate-Drain-Spannung
D	Drain (Abfluss bewegl. Lad.)	U_{DS}	Drain-Source-Spannung
B	Bulk / Substrat	U_{SB}	Source-Bulk-Spannung
n	n-leitfähiges Gebiet (bewegliche Elektronen)	U_{DB}	Drain-Bulk-Spannung
p	p-leitfähiges Gebiet (bewegliche Löcher)	U_F	Flussspannung des pn-Übergangs
		I_D	Drainstrom
		I_G	Gatestrom (praktisch null)

Arbeitsbereiche: Sperrbereich



Der Kanal ist von Anfang bis Ende ausgeschaltet:

$$\text{NMOS: } U_{GS} < U_{th} \text{ und } U_{GD} < U_{th}$$

$$\text{PMOS: } U_{GS} > U_{th} \text{ und } U_{GD} > U_{th}$$

(U_{th} – Einschaltspannung). Der Drainstrom ist Null.

aktiver Bereich

NMOS: $U_{GS} > U_{th}$ und
 $U_{GD} > U_{th}$

PMOS: $U_{GS} < U_{th}$ und
 $U_{GD} < U_{th}$

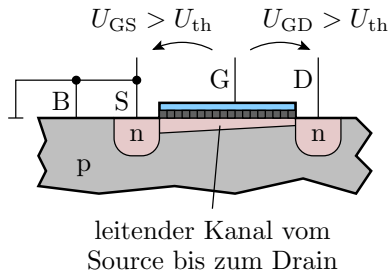
- Wenn das Potenzial entlang des Kanals konstant ist ($U_{DS} \rightarrow 0$):

$$G_{\text{Kanal}} = \frac{I_D}{U_{DS}} = K \cdot (U_{GS} - U_{th})$$

- Sonst, wenn im Kanal Strom fließt (für NMOS-Transistoren $U_{DS} > 0$ und für PMOS-Transistoren $U_{DS} < 0$):

$$I_D = K \cdot \left((U_{GS} - U_{th}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right)$$

(K – Steilheit, U_{th} – Einschaltspannung, beide für selbstsperrende NMOS-Transistoren positiv und für selbstsperrende PMOS-Transistoren negativ).



Abschnürbereich

NMOS: $U_{GS} > U_{th}$ und

$$U_{GD} < U_{th}$$

PMOS: $U_{GS} < U_{th}$ und

$$U_{GD} > U_{th}$$

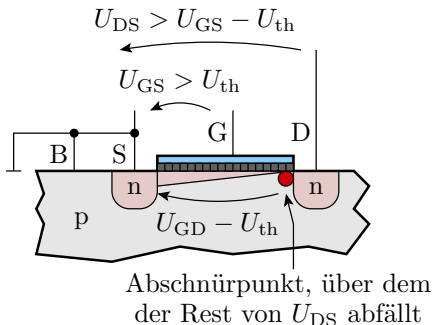
Für $U_{DS} > U_{GS} - U_{th}$ nehmen Ladungsdichte, Feldstärke und Strom im leitfähigen Teil des Kanal gegenüber $U_{DS} = U_{GS} - U_{th}$ nicht weiter zu. Die

hinzukommende Spannung fällt über dem Abschnürpunkt ab.

Verhalten einer gesteuerten Stromquelle:

$$I_D = K \cdot \frac{(U_{GS} - U_{th})^2}{2}$$

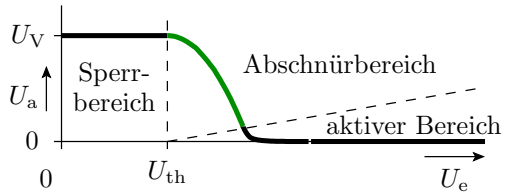
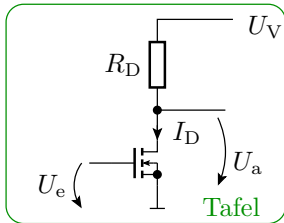
(K – Steilheit, U_{th} – Einschaltspannung).





Verstärker

Einfacher Verstärker



$$\begin{aligned}
 & \text{Circuit diagram: } U_V \text{ connected to } R_D \text{, which is connected to the drain of a MOSFET. The source is connected to } U_e. \text{ The output } U_a \text{ is taken from the drain.} \\
 & \text{Transfer characteristic:} \\
 & I_D = \begin{cases} 0 & U_e < U_{th} \\ \frac{K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2 & U_a > (U_e - U_{th}) \\ K \cdot \left((U_e - U_{th}) \cdot U_a - \frac{U_a^2}{2} \right) & \text{sonst} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Übertragungsfunktion und Verstärkung

Verstärker nutzen hauptsächlich den Abschnürbereich.

Voraussetzungen für den Abschnürbereich:

- Eingangsspannung:

$$U_e > U_{th}$$

- Ausgangsspannung:

$$U_a > U_e - U_{th}$$

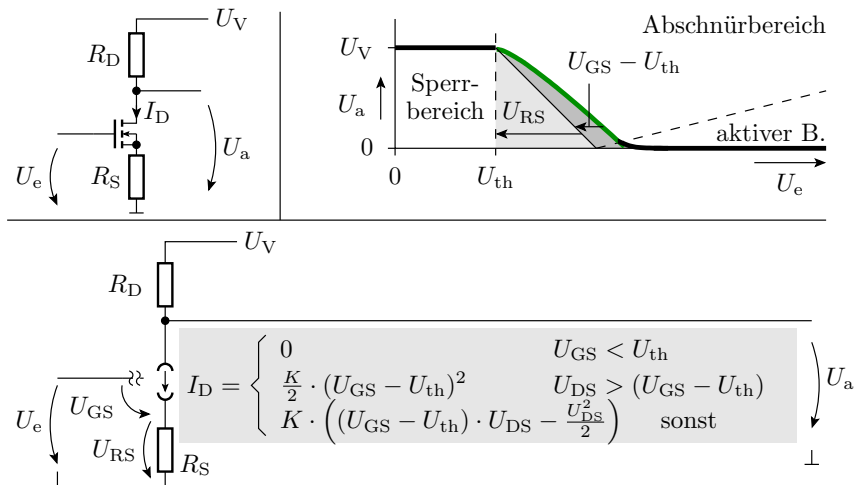
Übertragungsfunktion:

$$U_a = U_V - \frac{K \cdot R_{DS}}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2$$

Verstärkung:

$$v_U = \frac{dU_a}{dU_e} = -K \cdot R_{DS} \cdot (U_e - U_{th})$$

Linearisierung



Betrieb im Abschnürbereich

$$\begin{aligned}U_e &= U_{GS} + U_{RS} \\U_{GS} &= \sqrt{\frac{2 \cdot I_D}{K}} + U_{th} = \sqrt{\frac{2 \cdot (U_V - U_a)}{K \cdot R_D}} + U_{th} \\U_e &= \sqrt{\frac{2 \cdot (U_V - U_a)}{K \cdot R_D}} + U_{th} + \frac{R_S}{R_D} \cdot (U_V - U_a)\end{aligned}$$

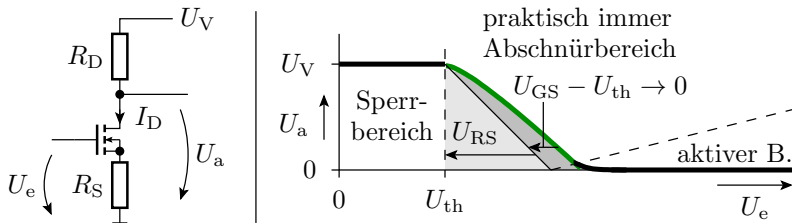
Kehrwert der Verstärkung:

$$\frac{dU_e}{dU_a} = \frac{1}{v_u} = -\frac{R_S}{R_D} - \frac{1}{R_D} \cdot \sqrt{\frac{R_D}{2 \cdot K \cdot (U_V - U_a)}}$$

für

$$R_S \gg \sqrt{\frac{R_D}{2 \cdot K \cdot (U_V - U_a)}} \Rightarrow v_u \approx -\frac{R_D}{R_S}$$

Linearisierung graphisch



Für $U_{GS} \ll U_{RS}$ gilt:

$$U_e \approx U_{RS} + U_{th}$$

$$U_a = U_V - \frac{R_D}{R_S} \cdot U_{RS} \approx U_V - \frac{R_D}{R_S} \cdot (U_e - U_{th})$$

$$v_u = \frac{dU_a}{dU_e} \approx -\frac{R_D}{R_S}$$

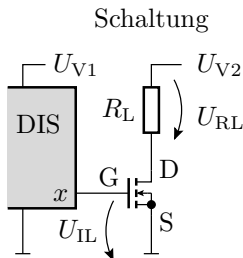


Schaltbetrieb

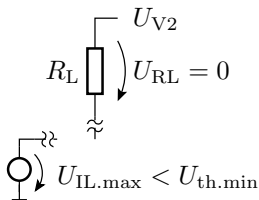
Low-Side-Schalter

- Schalten des »Minusanschlusses«
- Source ist der Bezugspunkt (Masse)

Fall 1: Transistor sperrt ($x = 0$; $U_{GS} < U_{th}$)



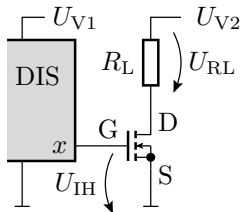
Ersatzschaltung für $x = 0$



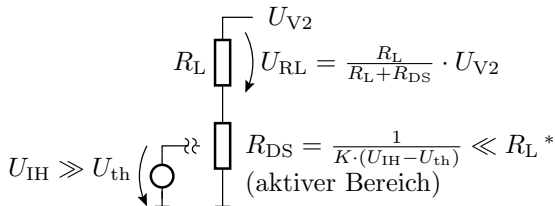
(DIS – digitaler integrierter Schaltkreis, z.B. ein Mikroprozessor).

Fall 2: Transistor eingeschaltet ($x = 1$; $U_{GS} \gg U_{th}$)

Schaltung



Ersatzschaltung für $x = 1$



* Gültigkeitsvoraussetzung für das Berechnungsmodell

$$I_D = K \cdot \left((U_{IH} - U_{th}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right) \approx K \cdot (U_{IH} - U_{th}) \cdot U_{DS}$$

Leistungsumsatz

$$I_D = \frac{U_{V2}}{R_L + R_{DS}}$$

- Umgesetzte Leistungen:

$$P_{RL} = \frac{R_L \cdot U_{V2}^2}{(R_L + R_{DS})^2} \quad P_{Tr} = \frac{R_{DS} \cdot U_{V2}^2}{(R_L + R_{DS})^2}$$

P_{RL} : Leistungsumsatz im Lastwiderstand

P_{Tr} : Leistungsumsatz im Transistor

$$P_{Tr} = \frac{R_{DS}}{R_L} \cdot P_{RL}$$

- Wegen $R_{DS} \ll R_L$ sehr günstiges Verhältnis.
⇒ Steuerung von Lasten bis zu mehreren hundert Watt.

Beispiele für Low-Side-Schalter

Typ	$R_{DS}(U_{IH})$	U_{th}	I_{Dmax}	U_{DSmax}	P_{max}
IRFD014	200 m Ω (10 V)	2 ... 4 V	1,2 A	60 V	1,3 W
RFD14N05L	100 m Ω (5 V)	1 ... 2 V	14 A	50 V	48 W
BUK100-50GL ⁽¹⁾	125 m Ω (5 V)	1 ... 2 V	13,5 A	50 V	40 W

⁽¹⁾ mit integrierten Schutzfunktionen gegen zu hohe Bauteiltemperaturen und Ströme; R_{DS} – Drain-Source-Widerstand; U_{GS} – Gate-Source-Spannung; U_{th} – Einschaltspannung; I_{Dmax} – max. zulässiger Drain-Strom; U_{DSmax} – max. zulässige Drain-Source-Spannung; P_{max} – max. zulässige Verlustleistung. Die Steilheit ergibt sich aus R_{DS} und der zugehörigen Gate-Source-Spannung:

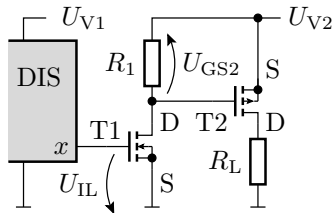
$$K = \frac{1}{R_{DS} \cdot (U_{IH} - U_{th})}$$

High-Side-Schalter

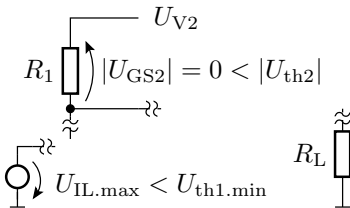
Ein High-Side-Schalter schaltet die Verbindung zwischen dem Ausgabeelement und dem positiven Versorgungsanschluss:

- PMOS-Transistor mit dem Source (Bezugspunkt) an $+U_V$.
- Digitale Schaltkreise haben den negativen Versorgungsanschluss als Bezugspunkt.
- Zweiter Transistor zur Änderung des Bezugspotentials.

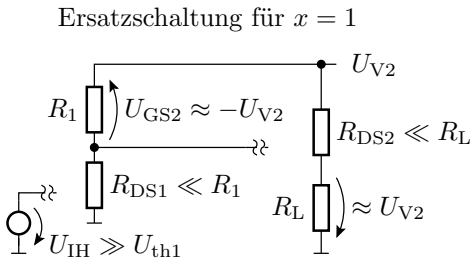
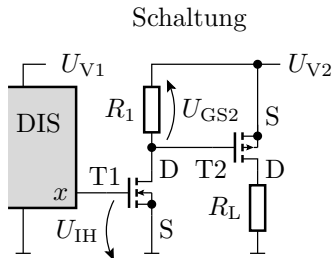
Schaltung



Ersatzschaltung für $x = 0$



Ersatzschaltung für »Last ein«



Beispiele für High-Side-Schalter

Typ	$R_{DS}(U_{IH})$	U_{th}	I_{Dmax}	U_{DSmax}	P_{max}
IRFD9024	260 m Ω (-10 V)	-2 ... - 4 V	-1,1 A	-60 V	1,3 W
IPS5451 ^(1,2)	20 ... 30 m Ω		-14 A	-50 V	⁽³⁾
IRFD9640	500 m Ω (-10 V)	-2 ... - 4 V	-11 A	-200 V	50 W

$$K = (R_{DS} \cdot |U_{IH} - U_{th}|)^{-1}$$

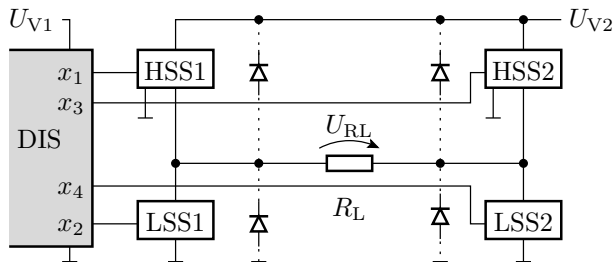
- (1) Mit integrierten Schutzfunktionen gegen zu hohe Bauteiltemperaturen und Ströme.
- (2) Mit der Schaltung zur Transformation digitaler Steuerspannungen mit negativem Bezugspunkt in die Steuerspannungen für den Schalttransistor.
- (3) Die Leistung ergibt sich aus der Abschalttemperatur und hängt von der Kühlung ab.



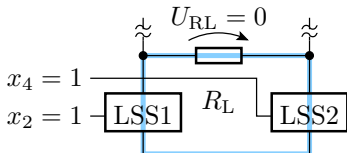
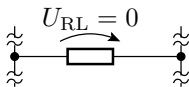
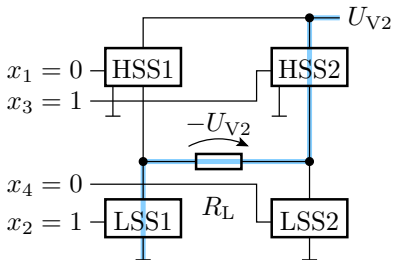
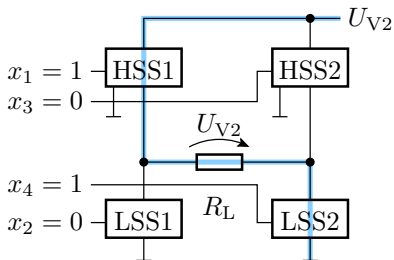
PMOS-Transistoren haben bei gleicher Geometrie etwa den doppelten Einschaltwiderstand. Grund: geringere Beweglichkeit¹ der Löcher im p-Kanal im Vergleich zu den Elektronen im n-Kanal.

¹Beweglichkeit ist das Verhältnis aus Geschwindigkeit und Feldstärke der beweglichen Ladungsträger.

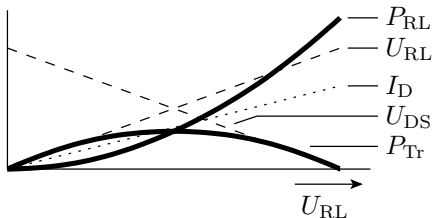
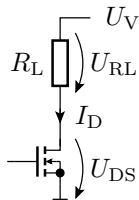
H-Brücke



Betriebsarten



Stufenlose Leistungssteuerung konventionell

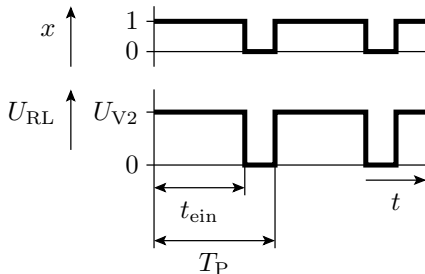
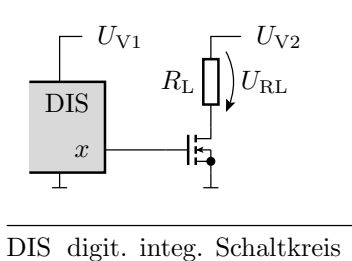


$$P_{RL} = \frac{(U_{RL})^2}{R_L}$$

$$P_{Tr} = \frac{(U_V - U_{RL}) \cdot U_{RL}}{R_L}$$

$$P_{Tr,max} = \frac{U_V^2}{4 \cdot R_L}$$

Pulsweitenmodulation



Ausgabeleistung proportional zur relativen Pulsweite:

$$\eta_T = \frac{t_{\text{ein}}}{T_P}$$

Im Mittel im Transistor umgesetzte Leistung:

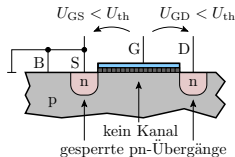
$$P_{\text{Tr}} = \frac{R_{\text{DS}}}{R_L} \cdot P_{\text{RL}}$$

Wiederholung 25.11.2021

Ausschaltbereich: $I_D = 0$

NMOS: $U_{GS} < U_{th}$ und $U_{GD} < U_{th}$

PMOS: $U_{GS} > U_{th}$ und $U_{GD} > U_{th}$

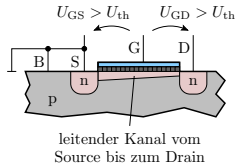


Aktiver Bereich:

$$I_D = K \cdot \left((U_{GS} - U_{th}) \cdot U_{DS} - \frac{U_{DS}^2}{2} \right)$$

NMOS: $U_{GS} > U_{th}$ und $U_{GD} > U_{th}$

PMOS: $U_{GS} < U_{th}$ und $U_{GD} < U_{th}$

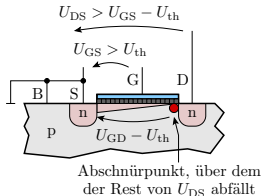


Abschnürbereich:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{th})^2$$

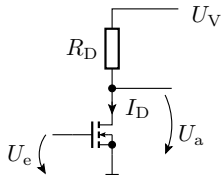
NMOS: $U_{GS} > U_{th}$ und $U_{GD} < U_{th}$

PMOS: $U_{GS} < U_{th}$ und $U_{GD} > U_{th}$

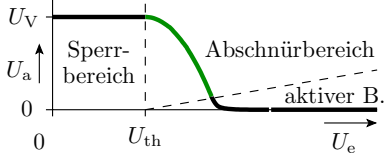


(K – Steilheit, U_{th} – Einschaltspannung).

■ Verstärker nutzen den Abschnürbereich:

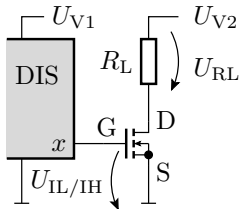


$$I_D = \begin{cases} 0 & U_e < U_{th} \\ \frac{K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2 & U_a > (U_e - U_{th}) \\ K \cdot \left((U_e - U_{th}) \cdot U_a - \frac{U_a^2}{2} \right) & \text{sonst} \end{cases}$$

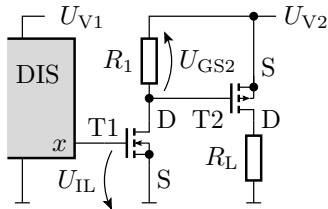


■ Schaltbetrieb

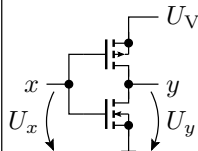
Low-Side-Schalter



High-Side-Schalter



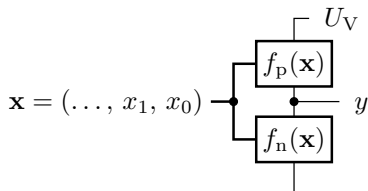
CMOS-Inverter





CMOS-Gatter

Allgemeiner Aufbau

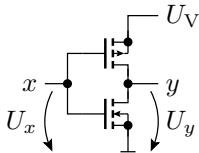


$f_n(\mathbf{x})$	$f_p(\mathbf{x})$	$y = f(x)$
0	0	hochohmig/inaktiv
0	1	1
1	0	0
1	1	verboten

$$f_n(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{Zweipol gesperrt} \\ 1 & \text{Zweipol leitend} \end{cases}$$

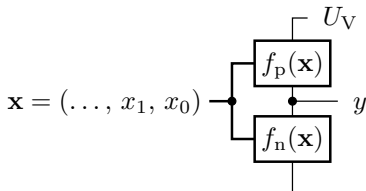
$$f_p(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{Zweipol gesperrt} \\ 1 & \text{Zweipol leitend} \end{cases}$$

CMOS-Inverter

SchaltsymbolTransistorschaltung

- $x = 0$: NMOS-Transistor aus, PMOS-Transistor ein, $y = 1$
- $x = 1$: NMOS-Transistor ein, PMOS-Transistor aus, $y = 0$

FCMOS-Gatter



- Komplementäre Funktionen des NMOS- und des PMOS-Zweipols

$$\begin{aligned}f_p(\mathbf{x}) &= f(\mathbf{x}) \\f_n(\mathbf{x}) &= \overline{f(\mathbf{x})}\end{aligned}$$

- Innerhalb der Zweipole:

- Reihenschaltung von Transistoren $\Rightarrow$ UND (Operator $\wedge$)
- Parallelschaltung von Transistoren $\Rightarrow$ ODER (Operator $\vee$)
- PMOS-Transistoren invertieren (schalten bei $x_i = 0$ ein)

Umformregeln für logische Ausdrücke

Umformungsregel	Bezeichnung
$\bar{\bar{x}} = x$	doppelte Negation
$x \vee 1 = 1 \quad x \vee \bar{x} = 1$ $x \wedge 0 = 0 \quad x \wedge \bar{x} = 0$	Eliminationsgesetze
$x_1 \vee (x_1 \wedge x_2) = x_1$ $x_1 \wedge (x_1 \vee x_2) = x_1$	Absorbtionsgesetze
$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 = \overline{x_1 \wedge x_2}$ $\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 = \overline{x_1 \vee x_2}$	de morgansche Regeln
$x_1 \wedge x_2 = x_2 \wedge x_1$ $x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1$	Kommutativgesetz
$(x_1 \vee x_2) \vee x_3 = x_1 \vee (x_2 \vee x_3)$ $(x_1 \wedge x_2) \wedge x_3 = x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3)$	Assoziativgesetz
$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$	Distributivgesetz

Beweis durch Aufstellen der Wertetabellen

Beispiel De Morgan'sche Regeln:

x_1	x_2	$\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$	$\overline{x_1 \wedge x_2}$	$\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$	$\overline{x_1 \vee x_2}$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0

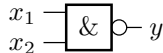
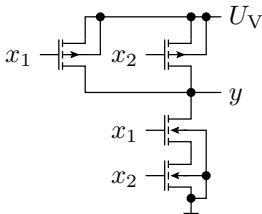
- Ohne Klammern hat UND-Vorrang vor ODER.
- Der UND-Operator » $\wedge$ « kann in logischen Ausdrücken weggelassen werden und hat Vorrang vor ODER » $\vee$ «:

$$(x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) = x_1 x_2 \vee x_1 x_3$$

- Vor Anwendung »De Morgan« (Tausch UND $\Leftrightarrow$ ODER) Klammern einfügen.

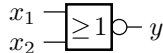
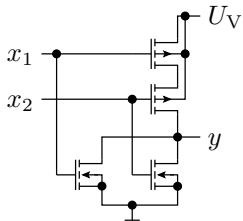
NAND-Gatter

$$\begin{aligned}y(\mathbf{x}) &= \overline{x_1 x_2} \\f_n(\mathbf{x}) &= x_1 x_2 \\f_p(\mathbf{x}) &= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2\end{aligned}$$



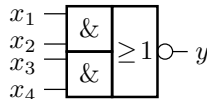
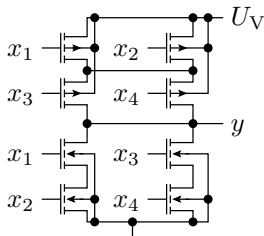
NOR-Gatter

$$\begin{aligned}y(\mathbf{x}) &= \overline{x_1 \vee x_2} \\f_n(\mathbf{x}) &= x_1 \vee x_2 \\f_p(\mathbf{x}) &= \bar{x}_1 \bar{x}_2\end{aligned}$$



Komplexgatter

$$\begin{aligned} y(\mathbf{x}) &= \overline{x_1 x_2 \vee x_3 x_4} \\ f_n(\mathbf{x}) &= x_1 x_2 \vee x_3 x_4 \\ f_p(\mathbf{x}) &= (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_4) \end{aligned}$$



Logische Ausdrücke vorher vereinfachen

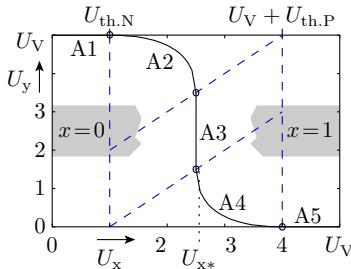
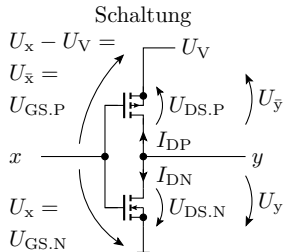
Komplexe logische Zielfunktionen lassen sich oft vor der Umsetzung in ein Gatter durch Anwendung der

- Eliminationsgesetze,
- Absorbationsgesetze und

anderer Umformungsregeln vereinfachen. Beispiel:

$$y = \overline{(x_1 x_2 x_3) \vee x_1 \vee x_2} = \overline{x_1 \vee x_2}$$

Übertragungsfunktion eines CMOS-Inverters



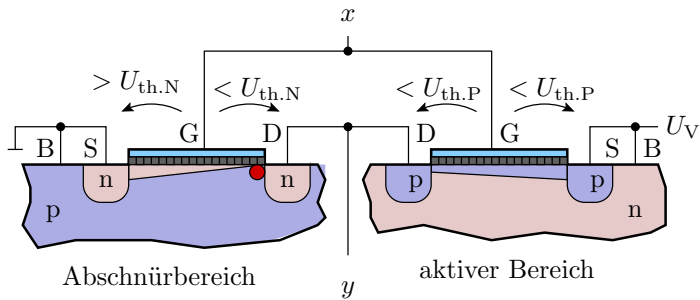
Arbeitsbereiche

	NMOS	PMOS
A1	S	AK
A2	AB	AK
A3	AB	AB
A4	AK	AB
A5	AK	S

(S – Sperrbereich; AB – Abschnürbereich; AK – aktiver Bereich)

- In einem korrekten Entwurf ist nach jedem Schaltvorgang ein Transistorzweig gesperrt (Arbeitsbereich A1 oder A5).
- Die Arbeitsbereiche A2 bis A4 sollten nur während der Schaltvorgänge auftreten.

Arbeitsbereich A2



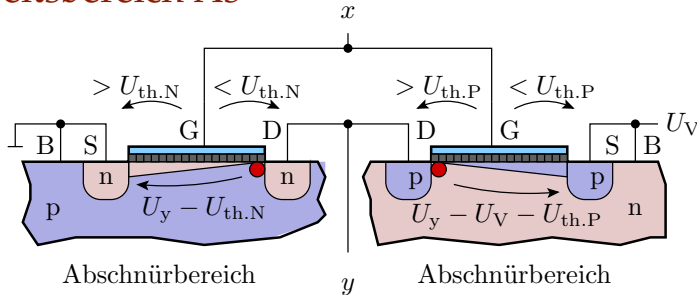
■ Bedingung:

$$U_{th.N} < U_x < U_{x*}$$

■ $U_x \rightarrow U_y$: Lösungen der folgenden quadratischen Gleichung:

$$0 = K_N \cdot \frac{(U_x - U_{th.N})^2}{2} + K_P \cdot \left((U_x - U_{th.P}) \cdot U_y - \frac{U_y^2}{2} \right)$$

Arbeitsbereich A3

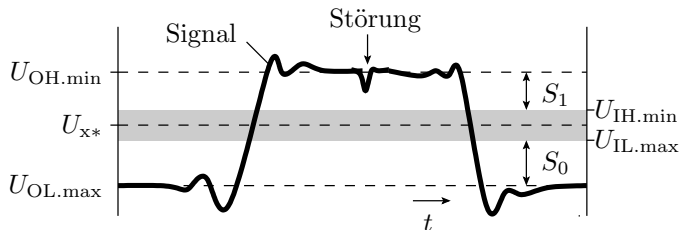


- Für eine bestimmte Eingangsspannung $U_x = U_{x*}$ arbeiten beide Transistoren als gesteuerte Stromquellen, die denselben Strom liefern.
- Gleichung zur Berechnung dieser Spannung:

$$0 = K_N \cdot \frac{(U_{x*} - U_{th,N})^2}{2} + K_P \cdot \frac{(U_V - U_{x*} + U_{th,P})^2}{2}$$

- Laut Modell senkrechter Kennlinienverlauf.

Störabstand

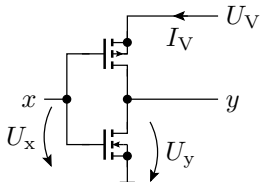
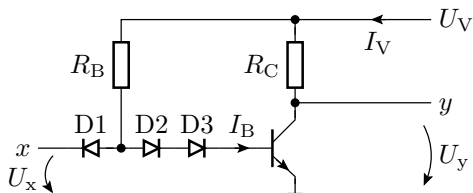


U_{x*}	Umschaltspannung zwischen null und eins
	Toleranzbereich der Umschaltspannung
U_{IL}, U_{IH}	Eingangsspannung für eine 0 bzw. 1
U_{OL}, U_{OH}	Ausgangsspannung für eine 0 bzw. 1

Störabstand: Maximale, der Eingangsspannung überlagerte Störspannung, bei der garantiert keine Fehlfunktion auftritt:

$$S = \min(S_0, S_1) = \min(U_{IL.max} - U_{OL.min}, U_{OH.min} - U_{IH.max})$$

Vergleich CMOS-Inverter und DT-Inverter



	DT-Inverter	CMOS-Inverter
$U_{OL.max}$	$U_{CEX} \approx 0,2 V$	0
$U_{OH.min}$	U_V	U_V
U_{x*}	$U_{BEF} + U_F \approx 1,4 V^*$	ideal $U_V/2 \approx 2,5 V^*$
S	$> 1 V^*$	$> 2 V^*$
I_V für $x = 0$	Strom durch R_B	0
I_V für $x = 1$	Strom durch R_C	0

(I_V – Versorgungsstrom, $I_V \cdot U_V$ – Verlustleistung, * für $U_V = 5 V$).

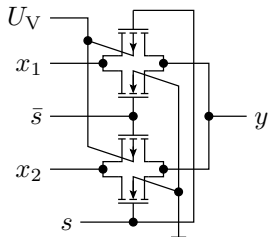
Warum werden heute fast nur noch CMOS-Gatter eingesetzt?

- Einfacher Entwurf.
- Geringe Verlustleistung als Voraussetzung für die Integration von Millionen von Gattern auf einem Chip.
- Großer Störabstand.

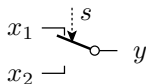
Frühere Gatterschaltungen, insbesondere solche mit Bipolartransistoren, sind aus fast allen Anwendungen verdrängt, auch die behandelten DT-Gatter und ihre Weiterentwicklungen, die TTL-Gatter (TTL – Transistor Transistor Logic), STTL-Gatter (Schottky-TTL-Gatter) etc.

Umschalter aus zwei Transfergattern

Schaltung

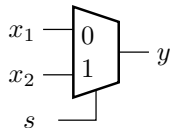


Schaltermodell



s	x_2	x_1	y
0	-	0	0
0	-	1	1
1	0	-	0
1	1	-	1

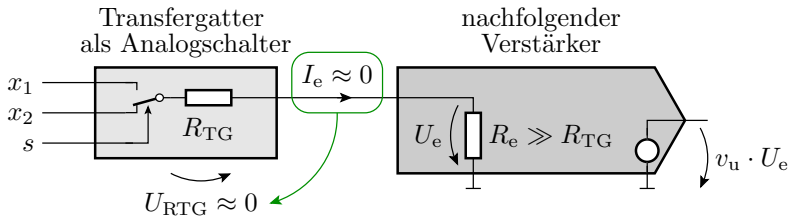
Schaltzeichen



(- – logischer Wert ohne Einfluss, don't care)

Transferrgatter als Analogschalter

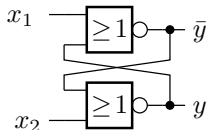
- Der Drain-Source-Widerstand ist von der Ein- und Ausgangsspannung abhängig.
- Zur Vermeidung nichtlinearer Spannungsabfälle benötigt die Schaltung hinter einem Transferrgatter einen hohen Eingangswiderstand.





Speicherzellen

RS-Flipflop



Betriebsart	x_1	x_2	y	$\bar{y}$
Setzen	1	0	1	0
Rücksetzen	0	1	0	1
Speichern	0	0	y^*	$\bar{y}^*$
Vermeiden	1	1	0	0

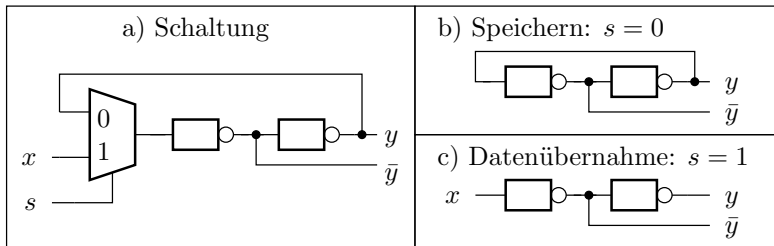
$y^*, \bar{y}^*$ – Beibehaltung des bisherigen Wertes

- $x_1 = x_2 = 1$ ist zu vermeiden, weil bei zeitgleicher Änderung von x_1 und x_2 von eins nach null der Folgezustand unbestimmt ist.
- Ungebräuchlich, weil störanfällig².

²Störpulse können den gespeicherten Wert umkippen.

D-Flipflop

- störsicherere Alternative

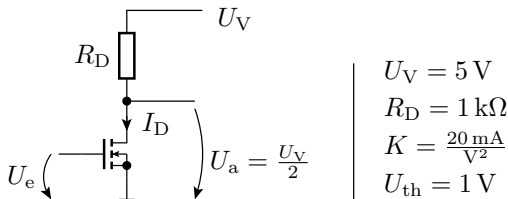


- Im Speichermodus werden Störpulse auf der Datenleitung toleriert.



Aufgaben

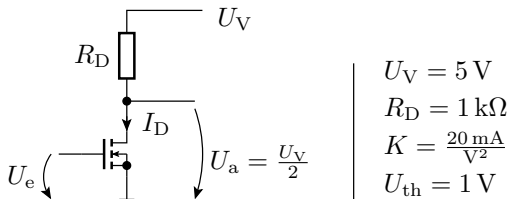
Aufgabe 4.1: MOS-Verstärker



Gesucht sind:

- 1 Übertragungsfunktion mit dem Transistor im Abschnürbereich?
- 2 Ein- und Ausgangsspannungsbereich, in dem der Transistor im Abschnürbereich arbeitet?
- 3 Eingangsspannung U_e für $U_a = \frac{U_V}{2}$?
- 4 Spannungsverstärkung $v_u = \frac{dU_a}{dU_e}$ bei dieser Eingangsspannung?

Lösung zu Aufgabe 4.1



- 1** Übertragungsfunktion mit dem Transistor im Abschnürbereich:

$$U_a = U_V - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2 = 5 \text{ V} - \frac{(U_e - 1 \text{ V})^2}{0,1 \text{ V}}$$

- 2** Ein- und Ausgangsspannungsbereich, in dem der Transistor im Abschnürbereich arbeitet:

$$U_{th} < U_e < U_{e, \max} = U_a + U_{th} = U_V + U_{th} - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_{e, \max} - U_{th})^2$$

$$U_{e, \max} = 6 \text{ V} - \frac{(U_{e, \max} - 1 \text{ V})^2}{0,1 \text{ V}}$$

$$U_{e.\max} = U_a + U_{th} = U_V + U_{th} - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_{e.\max} - U_{th})^2$$

$$U_{e.\max} = 6\text{ V} - \frac{(U_{e.\max} - 1\text{ V})^2}{0,1\text{ V}}$$

$$0,1\text{ V} \cdot U_{e.\max} = 0,6\text{ V}^2 - (U_{e.\max}^2 - 2\text{ V} \cdot U_{e.\max} + 1\text{ V}^2)$$

$$0 = U_{e.\max}^2 - 1,9\text{ V} \cdot U_{e.\max} + 0,4\text{ V}^2$$

$$U_{e.\max} = \frac{1,9\text{ V}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1,9\text{ V}}{2}\right)^2 - 0,4\text{ V}^2}$$

Mögliche Lösungen:

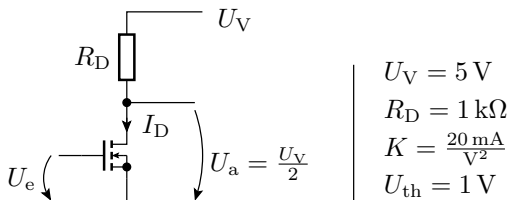
$$U_{e.\max} \in \{0,241\text{ V}, 1,659\text{ V}\}$$

Größer als $U_{th} = 1\text{ V}$ ist davon nur:

$$U_{e.\max} = 1,659\text{ V}$$

Probe:

$$\begin{aligned} U_a(U_{e.\max}) &= U_V - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2 = 5\text{ V} - \frac{(U_e - 1\text{ V})^2}{0,1\text{ V}} \\ &= 0,659\text{ V} = U_e - U_{th} \checkmark \end{aligned}$$



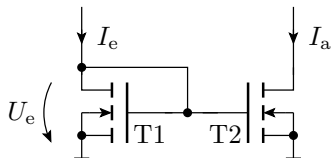
3 Eingangsspannung U_e für $U_a = \frac{U_V}{2} = U_V - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2$:

$$U_e = \sqrt{\frac{U_V}{R_D \cdot K}} + U_{th} = 1,5 \text{ V}$$

4 Spannungsverstärkung $v_u = \frac{dU_a}{dU_e}$ für diese Eingangsspannung:

$$\begin{aligned}
 U_a &= U_V - \frac{R_D \cdot K}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2 \\
 v_u &= \frac{dU_a}{dU_e} = -R_D \cdot K \cdot (U_e - U_{th}) \\
 &= -\frac{20}{\text{V}} \cdot 0,5 \text{ V} = -10
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4.2: Stromspiegel



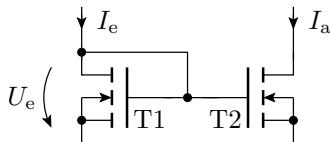
	T1	T2
Einschaltspannung (U_{th}):	1 V	1 V
Steilheit K :	5 mA/V ²	10 mA/V ²

Wie bildet sich in der Schaltung mit T1 und T2 im Abschnürbereich

- 1 der Eingangsstrom I_e auf die Eingangsspannung U_e ,
- 2 die Eingangsspannung U_e auf den Ausgangsstrom I_a und
- 3 der Eingangsstrom I_e auf den Ausgangsstrom I_a ab?
- 4 Bedingungen, dass T1 und T2 im Abschnürbereich arbeiten.

Lösung zu Aufgabe 4.2

	T1	T2
U_{th}	1 V	1 V
K	5 mA/V ²	10 mA/V ²



1 Abbildung des Eingangsstroms auf die Eingangsspannung:

$$I_e = \frac{K_1}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2$$

$$U_e = U_{th} + \sqrt{\frac{2 \cdot I_e}{K_1}}$$

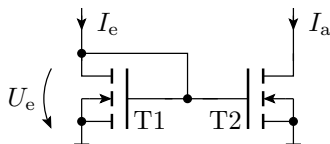
2 Abbildung der Eingangsspannung auf den Ausgangsstrom:

$$I_a = \frac{K_2}{2} \cdot (U_e - U_{th})^2$$

3 Abbildung des Eingangsstroms auf den Ausgangsstrom:

$$I_a = \frac{K_2}{K_1} \cdot I_e = 2 \cdot I_e$$

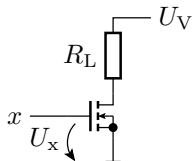
	T1	T2
U_{th}	1 V	1 V
K	5 mA/V ²	10 mA/V ²



- 4 Wegen $U_{GD1} = 0$ und $U_{th} = 1$ V arbeitet T1 für $I_e > 0$ immer im Abschnürbereich. Für T2 muss zusätzlich gelten:

$$U_{DS2} > U_e - U_{th} = \sqrt{\frac{I_e}{K_1}}$$

Aufgabe 4.3: Stufenlose Leistungssteuerung durch Pulsweitenmodulation



$$R_L = 10 \, \Omega$$

$$U_V = 10 \, \text{V}$$

$$K = 1 \, \frac{\text{A}}{\text{V}^2}$$

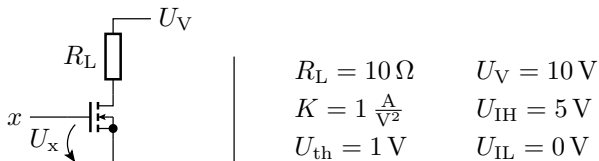
$$U_{\text{IH}} = 5 \, \text{V}$$

$$U_{\text{th}} = 1 \, \text{V}$$

$$U_{\text{IL}} = 0 \, \text{V}$$

- 1 Wie groß ist der Einschaltwiderstand $R_{\text{DS}} = \frac{dU_{\text{DS}}}{dI_{\text{D}}}$ des eingeschalteten MOS-Transistors?
- 2 Welche relative Pulsweite η ist erforderlich, damit im Lastwiderstand R_L eine Leistung von $P_{\text{RL.soll}} = 3 \, \text{W}$ umgesetzt wird?
- 3 Welche Leistung P_{Tr} wird dabei im Transistor umgesetzt?

Lösung zu Aufgabe 4.3



1 Einschaltwiderstand:

$$R_{DS} = \frac{1}{K \cdot (U_{IH} - U_{th})} = \frac{1}{1 \frac{\text{A}}{\text{V}^2} \cdot 4 \, \text{V}} = 0,25 \, \Omega$$

2 Relative Pulsbreite:

$$P_{RL,max} \approx \frac{U_V^2}{R_L} = \frac{(10 \, \text{V})^2}{10 \, \Omega} = 10 \, \text{W}$$

$$\eta = \frac{P_{RL,soll}}{P_{RL,max}} = 30\%$$

3 Leistungsumsatz im Transistor:

$$P_{\text{Tr}} = \frac{R_{\text{DS}}}{R_{\text{L}}} \cdot P_{\text{RL.soll}} = \frac{3 \text{ W}}{40}$$

Aufgabe 4.4: FCMOS-Gatter

Entwerfen Sie je ein FCMOS-Gatter

1 mit der Funktion:

$$y_1 = \overline{((x_1 \wedge x_2) \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5)}$$

2 mit der Funktion:

$$y_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \overline{(x_1 \vee (x_2 \wedge x_3))}$$

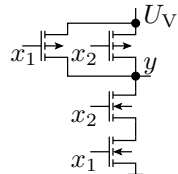
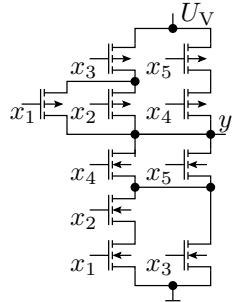
Lösung zu Aufgabe 4.4

1

$$\begin{aligned} y_1 &= \overline{((x_1 \wedge x_2) \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5)} \\ f_n &= ((x_1 \wedge x_2) \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5) \\ f_p &= ((\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2) \wedge \bar{x}_3) \vee (\bar{x}_4 \wedge \bar{x}_5) \end{aligned}$$

2

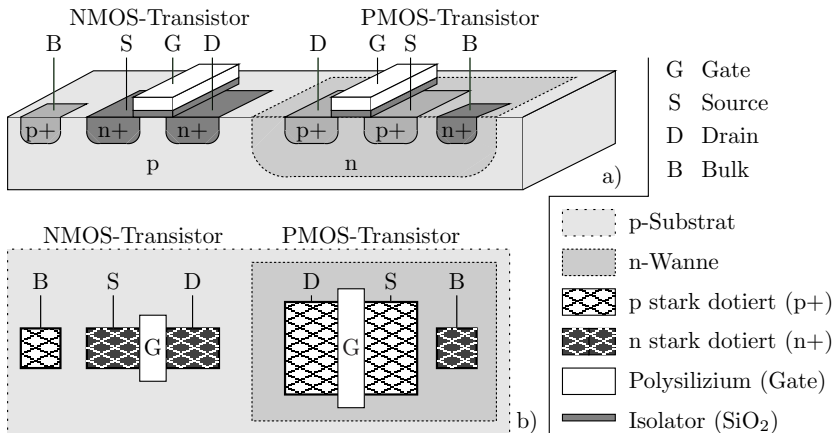
$$\begin{aligned} y_2 &= \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee (x_1 \vee (x_2 \wedge x_3))} \\ &= \overline{x_1 x_2 (x_1 \vee (x_2 x_3))} \\ &= \overline{x_1 x_2 \vee x_1 x_2 x_3} \\ &= \overline{x_1 x_2} \\ f_n &= x_1 x_2 \\ f_p &= \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \end{aligned}$$



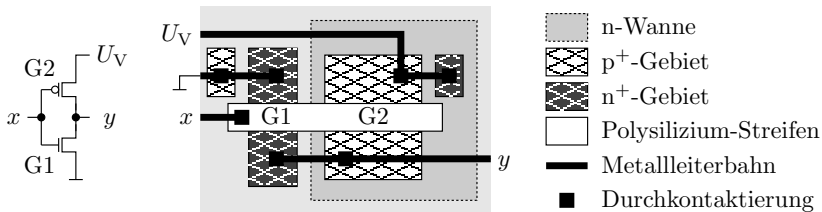


Geometrischer Entwurf

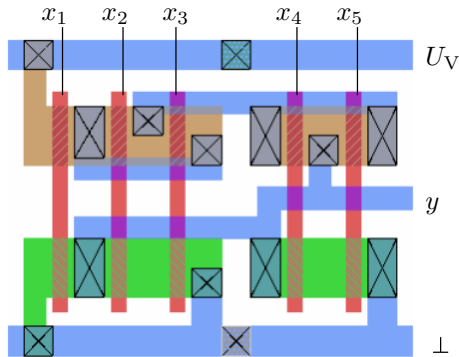
3D-Ansicht eines NMOS- und eines PMOS-Transistor



Geometrischer Entwurf eines Inverters

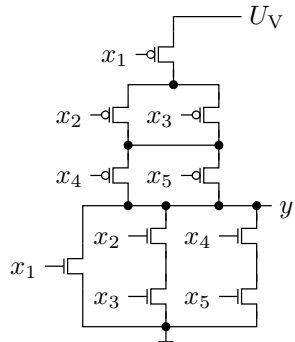


Geometrischer Entwurf eines Komplexgatters



■ n-Gebiet ■ Polysilizium
■ p-Gebiet ■ Metall

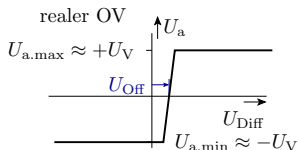
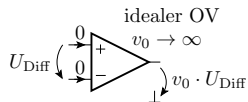
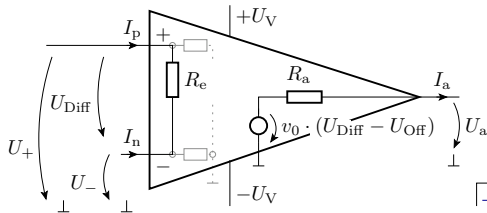
⊗ Durchkontaktierung





Operationsverstärker

Schaltsymbol und Anschlüsse



→ $U_{\text{Off}} = U_{\text{Diff}}|_{U_a=0}$ Offset-Spannung

Wichtige Kenngrößen:

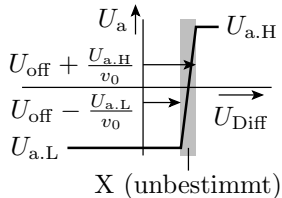
		ideal	real
Spannungsverstärkung	$v_0 = \frac{dU_a}{dU_{\text{Diff}}}$	∞	$10^4 \dots 10^6$
Eingangswiderstand	$R_e = \frac{dU_{\text{Diff}}}{d(I_p - I_n)}$	∞	$1 \text{ M}\Omega \dots 1 \text{ T}\Omega$
Ausgangswiderstand	$R_a = \frac{dU_a}{dI_a}$	0	$2 \text{ }\Omega \dots 100 \text{ }\Omega$
Offset-Spannung	$U_{\text{off}} = U_{\text{Diff}} _{U_a=0}$	0	10 mV

2. Operationsverstärker

Ein Operationsverstärker hat in der Regel nicht den auf der Folie eingezeichneten Masseanschluss. Wird der nicht gebraucht?

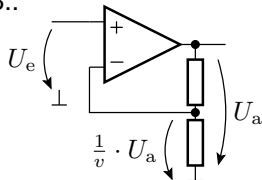
- Die Eingangs-Offset-Spannung ist viel größer als der Ausgangsspannungsbereich geteilt durch die Verstärkung.
Unbeschaltet nur als Schwellwertschalter nutzbar:

$$U_a = \begin{cases} U_{a.L} & U_{\text{Diff}} < U_{\text{off.min}} - \frac{U_{a.L}}{v_0} \\ U_{a.H} & U_{\text{Diff}} > U_{\text{off.max}} + \frac{U_{a.H}}{v_0} \\ X & \text{sonst} \end{cases}$$



- Der Betrieb als Verstärker verlangt eine Rückkopplung, d.h. eine Subtraktion eines Teils von U_a von U_{Diff} , z.B.:

$$\begin{aligned} U_a &= v_0 \cdot \left(U_e + U_{\text{off}} - \frac{U_a}{v} \right) \\ U_a &= \frac{v_0}{1 + \frac{v_0}{v}} \cdot (U_e + U_{\text{off}}) \\ &\approx v \cdot (U_e + U_{\text{off}}) \end{aligned}$$

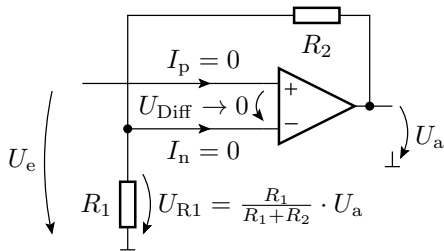


- Für beide Anwendungen braucht der Operationsverstärker keinen Masseanschluss.

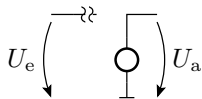


Verstärker

Nichtinvertierender Verstärker



Ersatzschaltung



$$U_a = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot U_e$$

$$U_+ = U_e$$

$$U_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_a$$

$$\begin{aligned}
 U_a &= \lim_{v_0 \rightarrow \infty} v_0 \cdot (U_+ - U_-) = \lim_{v_0 \rightarrow \infty} v_0 \cdot \left(U_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_a \right) \\
 &= \lim_{v_0 \rightarrow \infty} \frac{v_0}{1 + \frac{v_0}{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}} \cdot U_e = \lim_{v_0 \rightarrow \infty} \frac{\frac{R_1 + R_2}{R_1}}{\frac{R_1 + R_2}{v_0 \cdot R_1} + 1} \cdot U_e = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot U_e
 \end{aligned}$$

Verkürzter Rechenweg

Die Rückkopplung

$$(U_a \uparrow \mapsto U_{\text{Diff}} \downarrow) \wedge (U_a \downarrow \mapsto U_{\text{Diff}} \uparrow)$$

regelt die Eingangsspannungsdifferenz gegen Null:

$$U_{\text{Diff}} = U_+ - U_- \rightarrow 0$$

Aus

$$U_+ = U_e$$

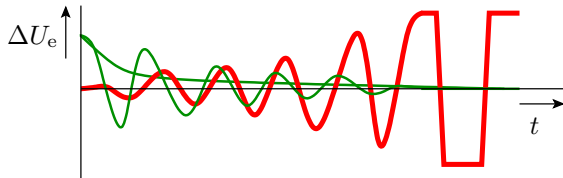
$$U_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_a$$

$$U_+ - U_- = U_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_a = 0$$

ist die Übertragungsfunktion fast ablesbar.

Generelles Problem

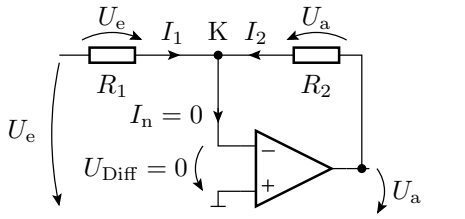
- Eine Rückkopplung führt zu einem Regelkreis und ein falsch dimensionierter Regelkreis kann schwingen:



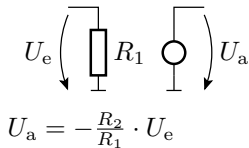
- Ausgleich einer Regelabweichung in einem stabilen System
- instabiles System

- Die heutigen Operationsverstärker haben nur noch eine geringe Schwingungsneigung.
- Bei Fehlverhalten, Spannungen mit Oszi kontrollieren.

Invertierender Verstärker



Ersatzschaltung



$$K : I_1 + I_2 = 0$$

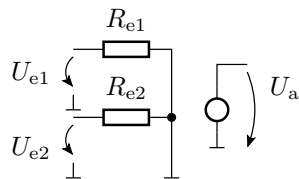
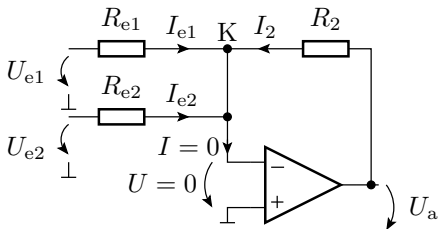
$$\frac{U_e}{R_1} + \frac{U_a}{R_2} = 0$$

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_e$$



Rechelemente

Summationsverstärker (Addition)



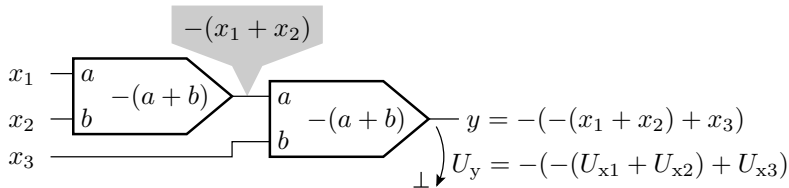
$$U_a = - \sum_{i=1}^2 \frac{R_2}{R_{e.i}} \cdot U_{e.i}$$

$$K : I_{e1} + I_{e2} + I_2 = 0$$

$$\frac{U_{e1}}{R_{e1}} + \frac{U_{e2}}{R_{e2}} + \frac{U_a}{R_2} = 0$$

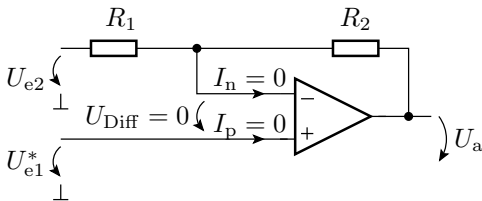
$$U_a = - \left(\frac{R_2}{R_{e1}} \cdot U_{e1} + \frac{R_2}{R_{e2}} \cdot U_{e2} \right)$$

Subtraktion mit Summationsverstärkern



Differenzverstärker

- Nur der »+«-Anschluss steht exklusiv als Eingang zu Verfügung.
- Auf den Minuseingang muss zusätzlich wie beim Nichtinvertierende Verstärker $\frac{U_a}{v}$ rückgekoppelt werden.
- Am Minuseingang kommt von U_{e2} nur der $\frac{R_2}{R_1 + R_2}$ -te Teil an.



$$U_+ = U_{e1}^* = U_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{e2} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U_a$$

$$U_a = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(U_{e1}^* - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{e2} \right)$$

$$U_a = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left(U_{e1}^* - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{e2} \right)$$

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot U_{e1}^* - U_{e2} \right)$$

Mit einem zusätzlichen Spannungsteiler:

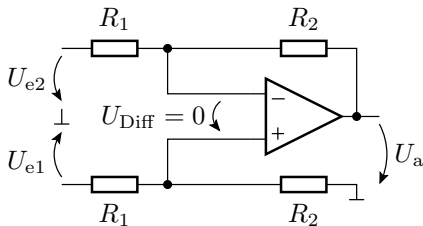
$$U_{e1}^* = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{e1}$$

ergibt sich ein Differenzverstärker mit der Differenzverstärkung

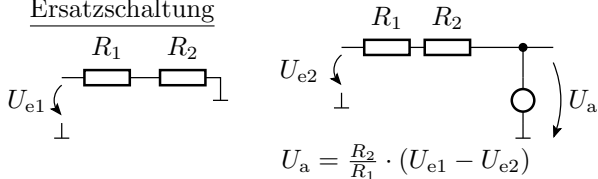
$$v_{\text{Diff}} = \frac{R_2}{R_1}:$$

$$U_a = \frac{R_2}{R_1} \cdot (U_{e1} - U_{e2})$$

Differenzverstärker komplett



Ersatzschaltung





Komparator

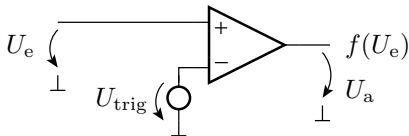
Soll-Funktion und Realisierung

- Abbildung einer stetigen Größe auf eine zweiwertige Größe³:

$$f(U_e) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } U_e < U_{\text{trig}} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

(U_{trig} – Schaltspannung des Komparators).

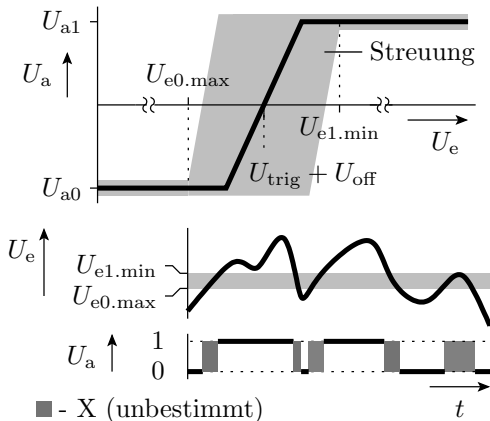
- Nachbildung durch einen Operationsverstärker plus Quelle mit der Schaltspannung:



- Die Quellspannung U_{trig} kann auch mit einem Spannungsteiler aus der Versorgungsspannung gebildet werden.

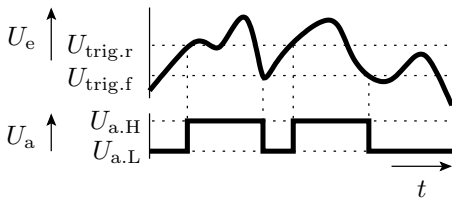
³Das verstand man bis vor Kurzem noch unter »Digitalisierung«.

Abweichung vom Idealverhalten



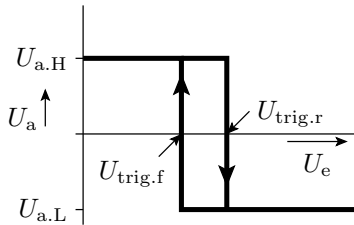
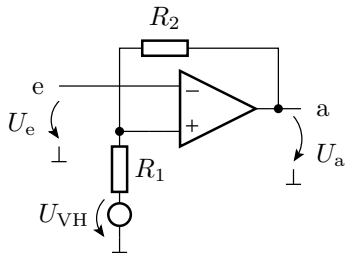
Schwellwertschalter mit Hysterese

- Einschaltsschwelle $>$ Ausschaltsschwelle
- Überschreiten $U_{\text{trig.r}} \Rightarrow$ kippen in den Zustand $U_{\text{trig}} = U_{\text{trig.f}}$
- Unterschreiten $U_{\text{trig.f}} \Rightarrow$ kippen in den Zustand $U_{\text{trig}} = U_{\text{trig.r}}$



- $U_{\text{trig.r}}$ Schaltspannung für steigende (rising) Eingangsspannungen
 $U_{\text{trig.f}}$ Schaltspannung für fallende (falling) Eingangsspannungen
 $U_{\text{a.H}}$ große Ausgangsspannung (High, log. 1)
 $U_{\text{a.L}}$ kleine Ausgangsspannung (Low, log. 0)

Invertierter Schwellwertschalter mit OV



$$U_{\text{trig.r}} = U_{\text{VH}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_{\text{a.H}} - U_{\text{VH}})$$

$$U_{\text{trig.f}} = U_{\text{VH}} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_{\text{a.L}} - U_{\text{VH}})$$

(U_{VH} – Hilfsspannung)

Beispiel

$$\begin{array}{ll} U_{a.H} = U_V = 5 \text{ V} & U_{\text{trig.r}} = 3 \text{ V} \\ U_{a.L} = 0 & U_{\text{trig.f}} = 2 \text{ V} \end{array}$$

-
- Bestimmung des Spannungsteilerverhältnisses

$$k = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

und der Hilfsspannung U_{VH} mit folgendem Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcl} 3 \text{ V} & = & U_{VH} + k \cdot (5 \text{ V} - U_{VH}) \\ 2 \text{ V} & = & U_{VH} + k \cdot (-U_{VH}) \end{array}$$

- $U_{VH} \Rightarrow$ Quotienten beider Gleichungen

$$\begin{array}{rcl} \frac{3 \text{ V} - U_{VH}}{2 \text{ V} - U_{VH}} & = & \frac{5 \text{ V} - U_{VH}}{-U_{VH}} \\ U_{VH} & = & 2,5 \text{ V} \end{array}$$

- $k \Rightarrow$ Differenz beider Gleichungen:

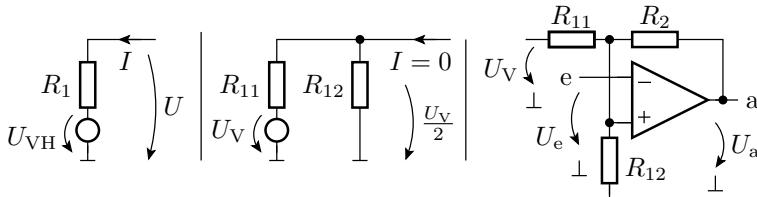
$$1 \text{ V} = k \cdot 5 \text{ V}$$

$$k = 0,2$$

- willkürliche Festlegung: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$
- Berechnung von R_2 aus

$$0,2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_2 = 40 \text{ k}\Omega$$

- Transformation des Zweipols aus U_{VH} und R_1 in einen funktionsgleichen Zweipol aus U_{V} und Spannungsteiler:



$$R_{11} = R_{12} = 2 \cdot R_1 = 20 \text{ k}\Omega$$



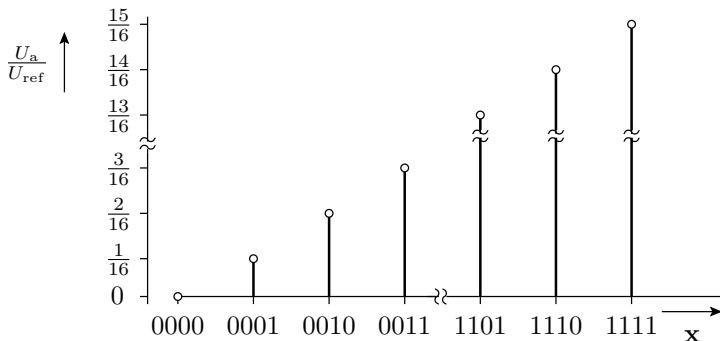
Digital-Analog-Umsetzer

Digital-Analog-Umsetzer (DAU)

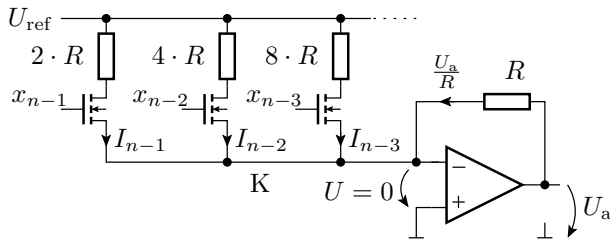
Ausgabe eines Bitvektors als Spannung:

$$\mathbf{x} = x_{n-1} x_{n-2} \dots x_0 \Rightarrow U_a(\mathbf{x}) = \frac{U_{\text{ref}}}{2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot 2^i$$

($x_i \in \{0, 1\}$ – Binärziffern; n – Bitanzahl; U_{ref} – Referenzspannung).



Eine Schaltung zur Nachbildung dieser Funktion



- Stromquellen mit binär abgestuften Strömen:

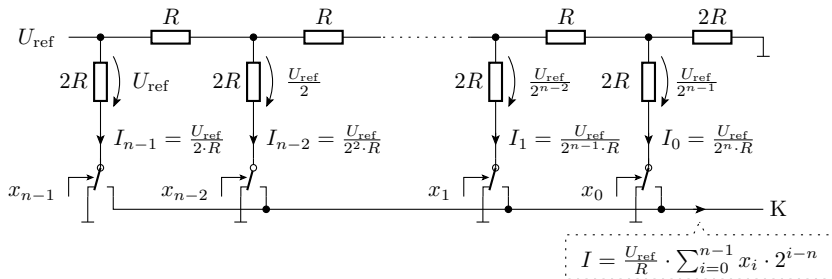
$$I_i = \frac{U_{\text{ref}}}{R} \cdot 2^{i-n}$$

- Transistorschalter, die die Ströme wahlweise in den Summationspunkt leiten oder nicht.
- Summationsverstärker für die ausgewählten Ströme:

$$U_a = -R \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot I_i = -\frac{U_{\text{ref}}}{2^n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot 2^i$$

Digital-Analog-Umsetzer mit R2R-Netzwerk

- Die Fertigung von sehr unterschiedlich großen Widerständen mit exaktem Widerstandsverhältnis ist schwierig.
- Ein R2R-Netzwerk ist eine Spannungsteilerkette, die die eingangsseitige Referenzspannung fortlaufend halbiert.
- Die Transistorschalter an den Fußpunkten leiten die Ströme bei $x_i = 1$ in den Summationspunkt K und bei $x_i = 0$ zur Masse.

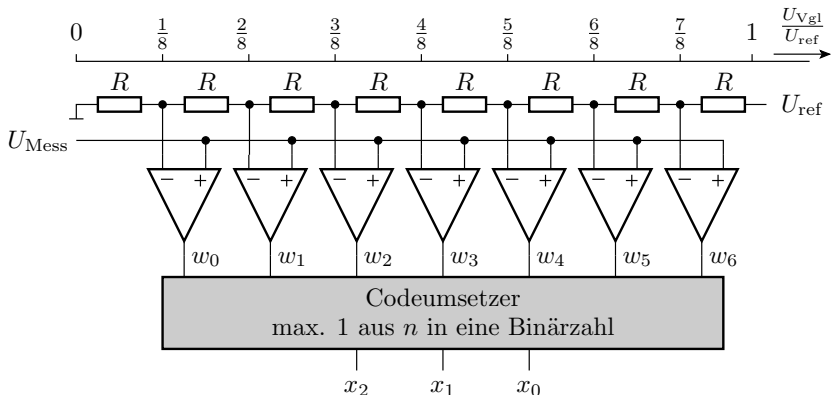




Analog-Digital-Umsetzer

Paralleler Analog-Digital-Umsetzer (ADU)

- Zuordnung von 1 aus n Digitalwerten in einem Schritt.
- Paralleler Vergleich der analogen Eingangsspannung mit $2^n - 1$ Vergleichsspannungen. Erfordert $2^n - 1$ Komparatoren.

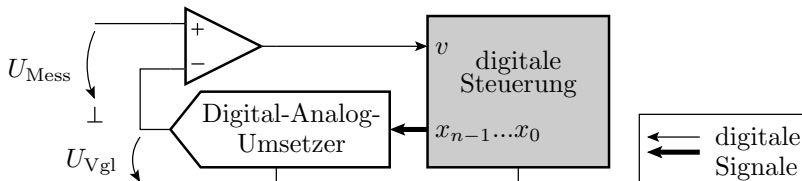


Funktion des Codeumsetzers

Komparatorausgabe $w_6 w_5 w_4 w_3 w_2 w_1 w_0$	Ergebnis $x_2 x_1 x_0$
0000000	000
0000001	001
0000011	010
0000111	011
0001111	100
0011111	101
0111111	110
1111111	111

Serielle Umsetzer

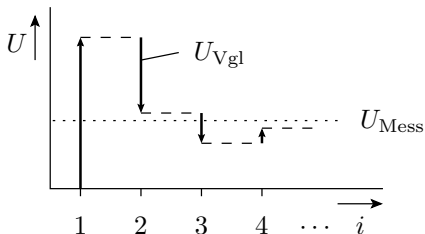
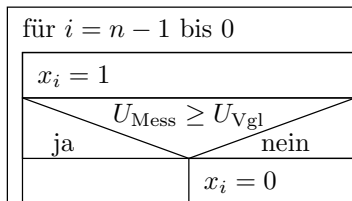
- Ein Vergleich je Wandlerschritt:



$$v = \begin{cases} 0 & \text{wenn } U_{\text{Mess}} < U_{\text{Vgl}} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Sukzessive Approximation

- schnellster serieller Wandleralgorithmus
- ein Vergleich je Bit





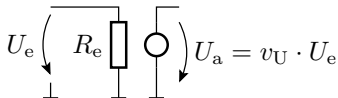
Aufgaben

Aufgabe 4.5: Verstärkerentwurf

Entwickeln Sie Schaltungen mit Operationsverstärkern, die das Verhalten der nachfolgenden Ersatzschaltung nachbilden mit den Parametern:

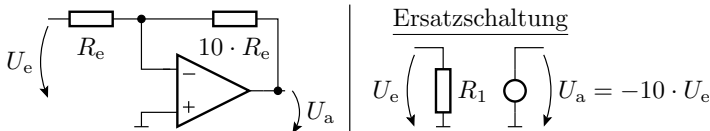
1 $v_U = -10$ und $R_e = 10 \text{ k}\Omega$

2 $v_U = 3$ und $R_e = 100 \text{ k}\Omega$.

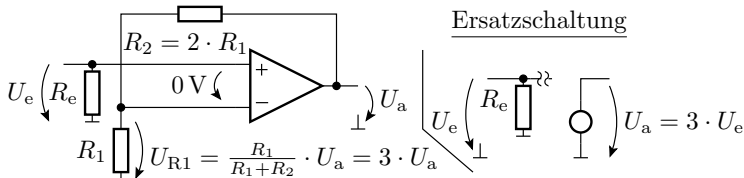


Lösung zu Aufgabe 4.5

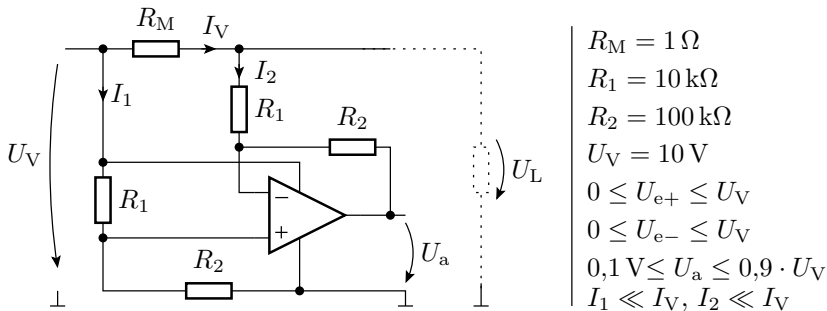
- 1 $v_U = -10$ und $R_e = 10 \text{ k}\Omega$: invertierender Verstärker mit $R_1 = R_e$ und $R_2 = 10 \cdot R_1 = 100 \text{ k}\Omega$:



- 2 $v_U = 3$ und $R_e = 100 \text{ k}\Omega$: nicht invertierender Verstärker mit R_e parallel zum Eingang und $R_2 = 2 \cdot R_1$.



Aufgabe 4.6: Analyse einer OV-Schaltung



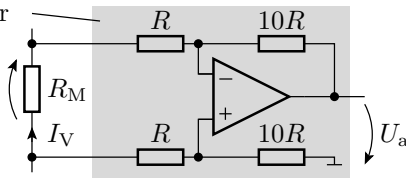
- 1 Grundbeschaltung des Operationsverstärkers?
- 2 Bestimmen Sie die Funktion $U_a = f(I_V)$ für $I_2 \ll I_V$?
- 3 Für welchen Bereich von I_V gilt diese Funktion?

Lösung zu Aufgabe 4.6

1 Grundsaltung:

Differenzverstärker
Verstärkung 10

$$U_{RM} = R_M \cdot I_V$$



2 Funktion:

$$U_a = 10 \cdot U_{RM} = 10 \Omega \cdot I_V$$

3 Wertebereich I_V :

$$\begin{aligned} 0,1 \text{ V} &\leq U_a \leq 9 \text{ V} & \text{und } I_V &= \frac{U_a}{10 \Omega} \\ 10 \text{ mA} &\leq I_V \leq 900 \text{ mA} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.7: Entwurf von Rechenelementen

Entwickeln Sie mit Hilfe von Operationsverstärkern eine Schaltung mit der Funktion:

$$U_a = U_{e1} + 2 \cdot U_{e2} - U_{e3} - 2 \cdot U_{e4}$$

Der Eingangswiderstand soll für jeden Eingang

$$R_{e.i} = \frac{U_{e.i}}{I_{e.i}} = 10 \text{ k}\Omega$$

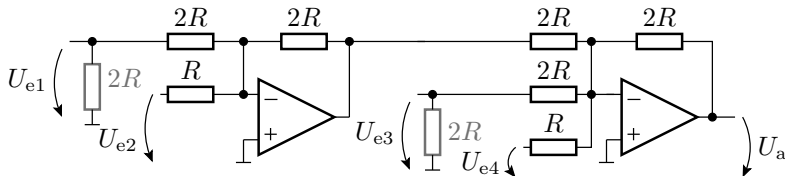
betragen.

Hinweis: Es werden mindestens zwei Operationsverstärker und 9 Widerstände benötigt.

Lösung zu Aufgabe 4.7

Aufspaltung in zwei Summationsverstärker:

$$\begin{aligned}
 U_a &= U_{e1} + 2 \cdot U_{e2} - U_{e3} - 2 \cdot U_{e4} \\
 &= -(- (U_{e1} + 2 \cdot U_{e2}) + U_{e3} + 2 \cdot U_{e4})
 \end{aligned}$$



Bei Wahl von $R = 10 \text{ k}\Omega$ haben die Eingänge 2 und 4 bereits den gewünschten Eingangswiderstand von $10 \text{ k}\Omega$. An den beiden anderen Eingängen beträgt $R_{e,i} = 2 \cdot R$ und muss durch Parallelschaltung von je $20 \text{ k}\Omega$ auf $10 \text{ k}\Omega$ verringert werden.

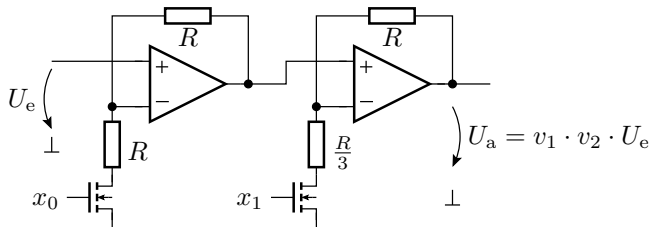
Aufgabe 4.8: Verstärker mit umschaltbarer Verstärkung

Konstruieren Sie eine Verstärkerschaltung, deren Verstärkung mit einem 2-Bit-Vektor in folgender Weise eingestellt werden kann:

$\mathbf{x} = (x_1 x_0)$	11	10	01	00
$v_U = \frac{U_a}{U_e}$	8	4	2	1

Hinweis: Es werden mindestens zwei Operationsverstärker, zwei NMOS-Transistoren und vier Widerstände benötigt.

Lösung zu Aufgabe 4.8

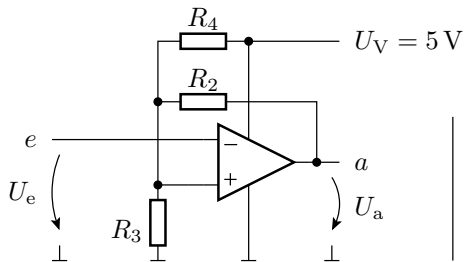


$$v_1 = \begin{cases} 1 & x_0 = 0 \\ \frac{R+R}{R} = 2 & x_0 = 1 \end{cases}$$

$$v_2 = \begin{cases} 1 & x_1 = 0 \\ \frac{R+\frac{R}{3}}{\frac{R}{3}} = 4 & x_1 = 1 \end{cases}$$

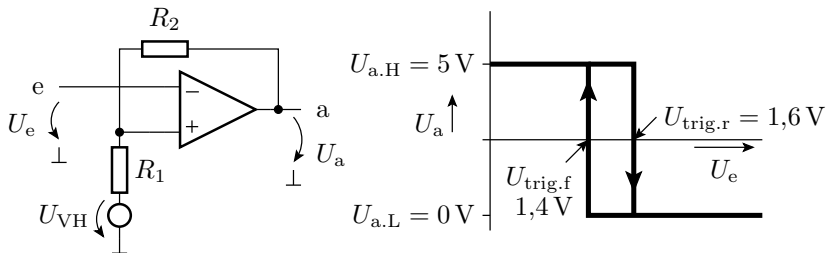
Aufgabe 4.9: Schwellwertschalter mit Hysterese

Legen Sie für den invertierenden Komparator mit Hysterese in der nachfolgenden Abbildung die Widerstandswerte R_1 und R_2 so fest, dass der Komparator die vorgegebene Ein- und Ausschaltswelle besitzt.



$$\begin{aligned}
 R_3 &= 10 \text{ k}\Omega \\
 U_{\text{trig.r}} &= 1,6 \text{ V} \\
 U_{\text{trig.f}} &= 1,4 \text{ V} \\
 U_{\text{a.H}} &= U_V \\
 U_{\text{a.L}} &= 0
 \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe 4.9



$$U_{\text{trig.r}} = U_{VH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (5\text{ V} - U_{VH}) = 1,6\text{ V}$$

$$U_{\text{trig.f}} = U_{VH} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (-U_{VH}) = 1,4\text{ V}$$

Differenz beider Gleichungen:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot 5\text{ V} = 0,2\text{ V} \Rightarrow R_2 = 24 \cdot R_1$$

Eingesetzt in die 2. Gleichung: $\frac{24}{25} \cdot U_{VH} = 1,4\text{ V}$



$$\frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot 5 \text{ V} = \frac{25}{24} \cdot 1,4 \text{ V}$$

$$R_4 \approx 2,429 \cdot R_3$$

$$R_1 = R_3 \parallel R_4 = 0,708 \cdot R_3$$

$$R_2 = 24 \cdot R_1 = 17 \cdot R_3$$

mit $R_3 = 10 \text{ k}$ ergibt sich $R_4 = 24,29 \text{ k}$ und $R_2 = 170 \text{ k}$.