



# Elektronik II

## Foliensatz 4: Halbleiter, Dioden

G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU Clausthal (E2-F4)

20. Juni 2023



## Inhalt F4: Halbleiter, Dioden

### Halbleiter

- 1.1 Stromfluss in Halbleitern
- 1.2 Undotiert (intrinsisch)
- 1.3 Dotiert (extrinsisch)
- 1.4 Stromloser pn-Übergang
- 1.5 pn-Übergang, Sperrbereich
- 1.6 pn-Übergang Durchlassbereich

### Dioden

- 2.1 Spice-Modell

- 2.2 Durchlassbereich
- 2.3 Sperr- und Durchbruchbereich
- 2.4 Sperrschicht- und Diffusionskapazität
- 2.5 Kleinsignalmodell

### Spezielle Dioden

- 3.1 Schottky-Diode
- 3.2 Z-Dioden
- 3.3 PIN-Diode
- 3.4 Kapazitätsdiode



# Halbleiter



## Stromfluss in Halbleitern



## Lernziel

Entwicklung eines quantitativen Verständnisses für

- die Leitungsvorgänge in undotierten und dotierten Halbleitern und
- die Strom-Spannungs-Beziehung an pn-Übergängen.

---

Die Leitungsvorgänge in Halbleitern und an pn-Übergängen bilden die Grundlage für das Verständnis der Verhaltens- und Simulationsmodelle für

- Dioden
- Bipolartransistoren,
- MOS-Transistoren und
- weitere Halbleiterbauteile.



## Die betrachteten physikalischen Größen

	Symbol	Maßeinheit
Energie <sup>(1)</sup> , Fermienergie <sup>(2)</sup> , chemisches Potential	$W, W_F, \zeta$	J (Joule) $eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$
mittlere thermische Energie	$k_B \cdot T$	(eV – Elektronenvolt)
Temperatur	$T$	K (Kelvin)
Boltzmannkonstante	$k_B$	$1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} =$ $8,62 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{K}$
Potential <sup>(3)</sup> , Spannung <sup>(4)</sup>	$\varphi = \frac{W}{q}, U$	V (Volt)
Elementarladung	$q$	$1,6 \cdot 10^{-19} C$
Temperaturspannung	$U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$	bei 300 K $\approx 26 mV$

<sup>(1)</sup> Energiedifferenz der Ladungsträger zu einem Bezugspotential; <sup>(2)</sup> Energie, bis zu der die Elektronenzustände bei  $T = 0$  besetzt sind; <sup>(3)</sup> Energie der Ladungsträger pro Ladung; <sup>(4)</sup> Potentialdifferenz.



# 1. Halbleiter

# 1. Stromfluss in Halbleitern

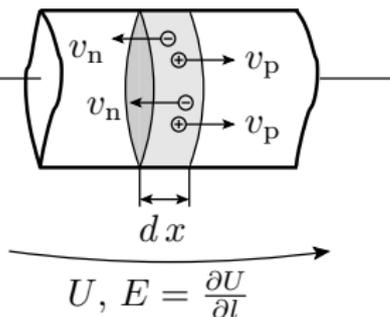
Dichte der beweglichen Ladungsträger	$p$ (der Löcher <sup>(1)</sup> ), $n$ (der bew. Elektr. <sup>(2)</sup> )	$m^{-3}$
Driftgeschwindigkeit	$v_{p/n.drift} = (-)\mu_{p/n} \cdot E$	$\frac{m}{s}$
Beweglichkeit	$\mu_n, \mu_p$	$\frac{m^2}{Vs}$
Diffusionsgeschwindigkeit	$v_{p.diff} = D_p \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x},$ $v_{n.diff} = D_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$	$\frac{m}{s}$
Diffusionskoeffizient <sup>(3)</sup>	$D_{p/n} = U_T \cdot \mu_{p/n}$	$\frac{m^2}{s}$
Strom <sup>(4)</sup>	$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dl} \cdot v$	<b>A</b>
Leitungsquerschnitt	$A$	$m^2$
Stromdichte	$J = \frac{I}{A} =$ $q \cdot (p \cdot v_p - n \cdot v_n)$	$A/m^2$
Raumladungsdichte	$\rho, \left(\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}\right)^{(5)}$	$\frac{As}{m^3}$
Dielektrizitätskonstante (Si)	$\epsilon, \epsilon_{Si} \approx 100 \frac{pF}{m}$	$\frac{F}{m}$

- (1) freie Zustände im Valenzband; (2) besetzte Zustände im Leitungsband;  
 (3) Einsteingleichung; (4) bewegte Ladung pro Zeit, bewegte Ladungsdichte mal Fläche mal Geschwindigkeit. (5) Poissongleichung

## Ströme in Halbleitern

$$I = J \cdot A$$

- ⊖ bewegliche Elektronen
- ⊕ bewegliche Löcher
- $I, J$  Strom, Stromdichte
- $U, E$  Spannung, Feldstärke
- $A, x$  Leitungsquerschnitt und -länge



$$J = \frac{I}{A} = q \cdot p \cdot v_p - q \cdot n \cdot v_n$$

Die Stromdichte ist das Produkt aus der Elementarladung, den Dichten der beweglichen Ladungsträger  $n$  und  $p$  sowie deren Geschwindigkeiten. Die Geschwindigkeiten setzen sich zusammen aus den Driftgeschwindigkeiten

$$v_{p.drift} = \mu_p \cdot E, \quad v_{n.drift} = \mu_n \cdot E$$

und den Diffusionsgeschwindigkeiten:

$$v_{p.diff} = D_n \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{n.diff} = D_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Die Diffusionskoeffizienten  $D_{p/n}$  sind nach Einsteingleichung das Produkt aus Temperaturspannung  $U_T$  und Beweglichkeit  $\mu_{p/n}$ :

$$v_{p,\text{diff}} = U_T \cdot \mu_p \cdot \frac{\partial p}{p \cdot \partial x}, \quad v_{n,\text{diff}} = U_T \cdot \mu_n \cdot \frac{\partial n}{n \cdot \partial x}$$

Eingesetzt in die Gleichung der Stromdichte:

$$J = q \cdot \left( \mu_p \cdot \left( p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left( n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right) \quad (1)$$

Die Feldstärkeänderung in Stromflussrichtung ist nach der Poissongleichung proportional zur Raumladungsdichte aus beweglichen und ortsfesten Ladungen:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (2)$$

( $\rho$  – Raumladung;  $\varepsilon$  – Dielektrizitätskonstante).

## Zusammenfassung

Die Stromdichte in einem Halbleiter

$$J = q \cdot \left( \mu_p \cdot \left( p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left( n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

Abhängig von:

- der Feldstärke  $E$ , der Temperaturspannung  $U_T$  sowie
- den Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungsträger.

Der Gleichgewichtszustand für die Dichten und Gradienten der beweglichen Ladungen wird durch Dotierung eingestellt.

Ungleichgewichte durch zu- und abfließende Ströme bauen sich innerhalb von  $\mu\text{s}$  bis  $\text{ms}$  ab.

Feldstärken  $E$  entstehen durch Aufladung und äußere Spannungen.

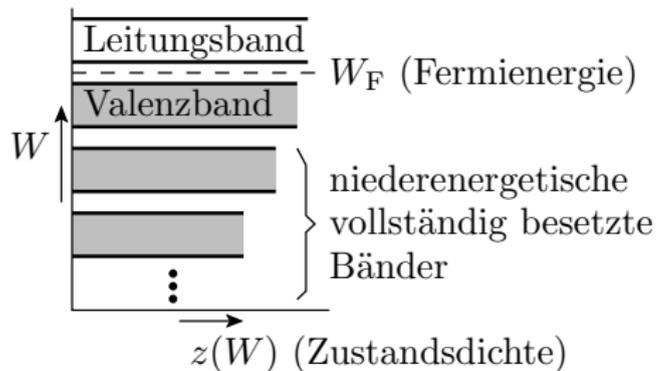
---

Empfohlene Literatur: Cordes, Waag und Heuck: Integrierte Schaltungen. Grundlagen - Prozesse - Design - Layout. Pearson Studium, 2011.

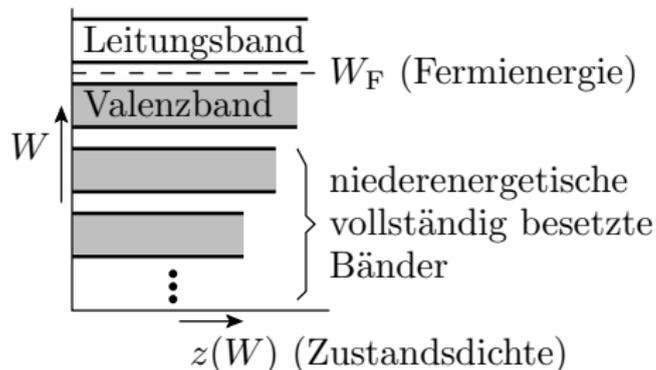


## Undotiert (intrinsisch)

## Bewegliche Ladungsträger



- Elektronen besitzen im Quantenmodell einen Zustand, dem eine Energie zugeordnet ist.
- Teilen sich Elektronen wie in einem Festkörper einen Raum, kann jeder Zustand nur mit einem Elektron besetzt sein.
- Der Zustandsraum ist in Bänder unterteilt und füllt sich bei  $T = 0$  von der niedrigsten Energie bis zur Fermienergie  $W_F$ .



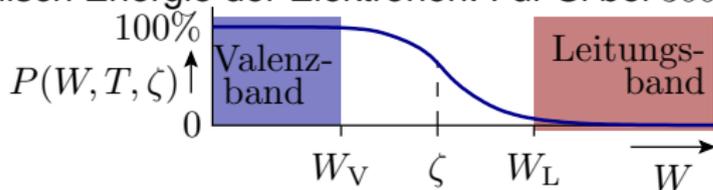
- Das äußerste voll besetzte Band heißt Valenzband und das darauf folgende Leitungsband.
- Beweglichkeit von Ladungsträgern verlangt freie Elektronenstände in der energetischen Nachbarschaft. Bei  $T = 0$  nur für Elektronen im Leitungsband erfüllt.
- Halbleiter sind Materialien mit bei  $T = 0$  vollem Valenz- und leerem Leitungsband. Bandlücke ca.  $1 \dots 2$  eV.

## Undotierte Halbleiter bei Raumtemperatur

Bei  $T > 0$  sind auch Zustände oberhalb der Fermienergie besetzt und Zustände unterhalb der Fermienergie frei. Die Besetzungswahrscheinlichkeit gehorcht der Fermi-Verteilung:

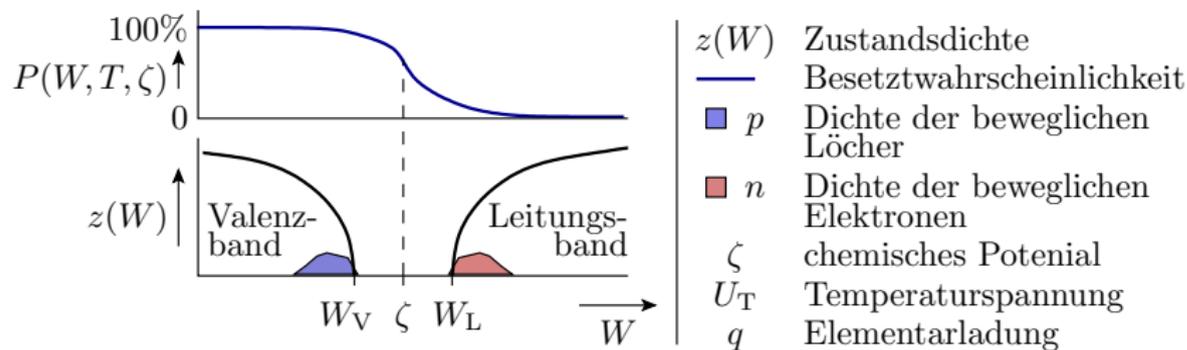
$$P(W, T, \zeta) = \left( e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1}$$

( $q$  – Elementarladung;  $U_T = k_B \cdot T$  – Temperaturspannung;  $q \cdot U_T$  – mittlere thermisch Energie der Elektronen. Für Si bei 300 K ca. 26 meV.)



Das chemische Potential  $\zeta$  stellt sich so ein, dass die Anzahl der freien Zustände im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Zustände im Leitungsband ist. Ladungsneutralität.

## Dichte der beweglichen Ladungsträger



Löcher: Zustandsdichte Valenzband mal  $1 - P(\dots)$

$$p = \int_0^{W_V} (1 - P(W, T, \zeta)) \cdot z(W) \cdot dW$$

Bewegliche Elektronen: Zustandsdichte Leitungsband mal  $P(\dots)$

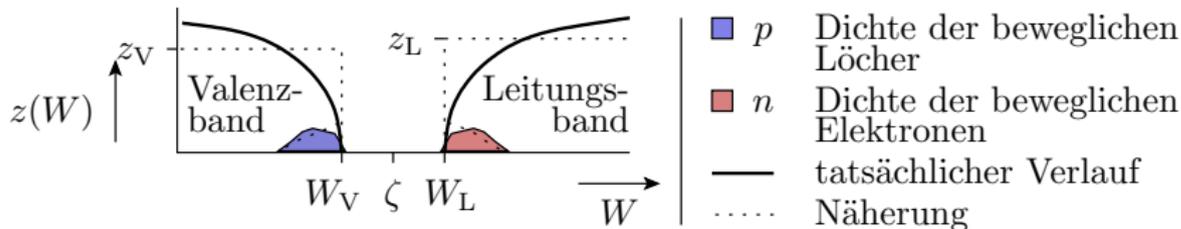
$$n = \int_{W_L}^{\infty} P(W, T, \zeta) \cdot z(W) \cdot dW$$

## Boltzmannnäherung

Wenn das chemische Potential um mehr als die doppelte mittlere thermische Energie von den Bandkanten entfernt ist:

$$P(W, T, \zeta) = \left( e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} + 1 \right)^{-1} \approx \begin{cases} 1 - e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} < -2 \\ e^{-\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} & \frac{W-\zeta}{q \cdot U_T} > 2 \end{cases}$$

Überschlag für konstante Zustandsdichten in den Bändern:



$$p = z_V \cdot \int_0^{W_V} e^{\frac{W-\zeta}{q \cdot U_T}} \cdot dW$$

$$p = z_V \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}}$$

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V-\zeta}{q \cdot U_T}}$$

$$n = z_L \cdot \int_{W_L}^{\infty} e^{\frac{\zeta-W}{q \cdot U_T}} \cdot dW$$

$$n = z_L \cdot q \cdot U_T \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}}$$

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta-W_L}{q \cdot U_T}}$$



## Silizium bei Raumtemperatur ( $U_T \approx 26 \text{ meV}$ )

$$\begin{aligned} \text{Löcherdichte : } p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}} \\ \text{bewegl. Elektr. : } n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}} \end{aligned} \quad (3)$$

- Die Boltzmannnäherung für 300K ( $U_T \approx 26 \text{ meV}$ ) verlangt:

$$W_V + 50 \text{ meV} < \zeta < W_L - 50 \text{ meV}$$

- Für Si und 300K:  $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ ,  $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$
- Daraus folgt, Näherung gilt für  $n, p < 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ .

---

Das Produkt  $n \cdot p$  ist unabhängig vom chemischen Potential  $\zeta$

$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} \quad (4)$$

( $n_i$  – intrinsische Ladungsträgerdichte). Mit unserem Überschlag nehmen  $N_V$  und  $N_L$  proportional mit der Temperatur zu, in Wirklichkeit eher mit Exponent 1,5.

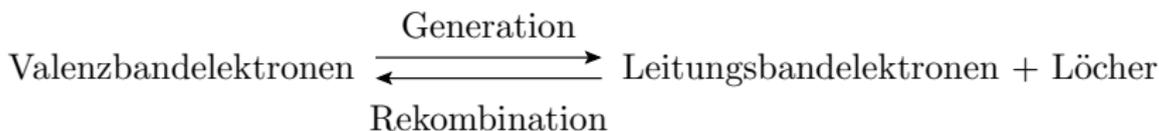
Die intrinsische Ladungsträgerdichte  $n_i^2$  ist sehr temperaturabhängig.



## Generation und Rekombination

**Generation:** Durch Energieaufnahme wird eine Valenzbandelektron zu einem Leitungsbandelektron und hinterlässt einen unbesetzten Zustand (Loch).

**Rekombination:** Wechsel eines besetzten Leitungsbandelektrons in ein Loch durch Energieabgabe.



Im Gleichgewicht:

$$n \cdot p = n_i^2$$

ist die Generations- gleich der Rekombinationsgeschwindigkeit.

---

Für Silizium beträgt die intrinsische Ladungsträgerdichte bei 300 K  $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{cm}^{-3}$  und nimmt mit  $\approx 7\%/K$  zu.



## Nettorekombinationsrate

Ungleichgewichte, z.B. durch Ladungszu- oder Abfluss bauen sich mit den Relaxationszeiten  $\tau_{p/n}$  ab:

$$\begin{aligned}p(t) &= p_0 + (p(t_0) - p_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_p}} \\n(t) &= n_0 + (n(t_0) - n_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{\tau_n}}\end{aligned}$$

Die Nettorekombinationsraten ist die Differenzen zum stationären Zustand geteilt durch die Zeitkonstante:

$$r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}; \quad r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n} \quad (5)$$

sind im Gleichgewichtszustand null und ansonsten proportional zur Größe der Gleichgewichtsstörung  $p - p_0$  bzw.  $n - n_0$ .

Für  $p < p_0$  bzw.  $n < n_0$  ist die Nettorekombinationsrate negativ und eigentlich eine Generationsrate.

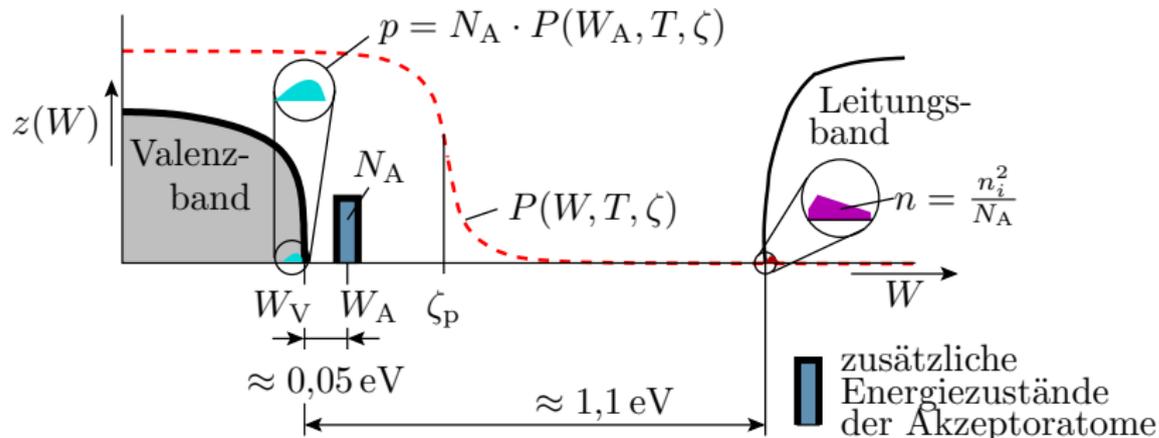
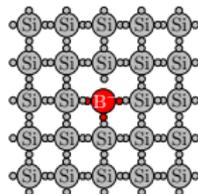


## Dotiert (extrinsisch)

## Dotierung mit Akzeptoren (p-Gebiete)

Einbau von Atomen mit drei Außenelektronen, z.B. Bor, in das Diamantgitter von Silizium.

Die Energie, ein viertes Außenelektron aufzunehmen, ist  $\approx 2 \cdot q \cdot U_T$  größer als die max. Energie im Valenzband  $W_V$ .



## Ladungsdichten und $\zeta_p$ in p-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Löcheranzahl im Valenzband gleich der Anzahl der besetzten Akzeptor- und Leitungsbandzustände ist:

$$\begin{aligned} p &= N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} = N_A \cdot P(W_A, T, \zeta_p) + n \\ &\approx N_A \cdot \left( 1 - e^{\frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T}} \right) \quad \text{wegen } n \ll N_A \cdot \left( 1 - e^{\frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T}} \right) \\ &\approx N_A \quad \text{Boltzmannnäherung für } \frac{W_A - \zeta_p}{q \cdot U_T} < -2 \end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_p \approx W_V + q \cdot U_T \cdot \ln \left( \frac{N_V}{N_A} \right) \quad N_A \ll N_V \quad (6)$$

In einem mit Akzeptoren dotierten (p-) Gebiet sind Löcher die Majoritätsladungsträger.



Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 4:

$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

Richtwerte Si 300K:

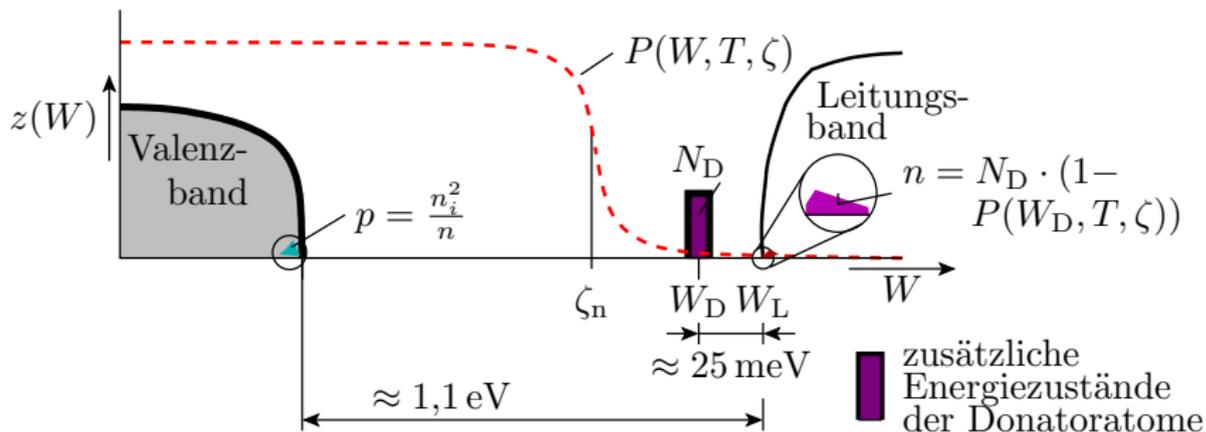
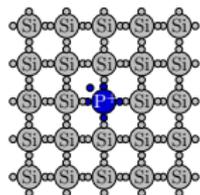
Akzeptordichte in $\text{cm}^{-3}$	$10^{14}$	$10^{16}$	$10^{18}$
Majoritätsladungsträgerdichte ( $p$ ) in $\text{cm}^{-3}$	$10^{14}$	$10^{16}$	$5 \cdot 10^{17}$
Minoritätsladungsträgerdichte ( $n$ ) in $\text{cm}^{-3}$	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	8

Für hohe Dotierung (ab  $10^{18} \text{cm}^{-3}$ ) sind die zusätzlichen Akzeptorzustände nur teilweise besetzt und  $p$  kleiner als die Akzeptordichte

$$p = N_A \cdot \left( 1 - e^{-\frac{W_A - \zeta_P}{q \cdot U_T}} \right) < N_A$$

### Dotierung mit Donatoren (n-Gebiete)

Einbau von Atomen mit fünf Außenelektronen, z.B. Phosphor, in das Diamantgitter von Silizium. Die Energie, das fünfte Außenelektron abzugeben, ist  $\approx q \cdot U_T$  kleiner als die min. Energie im Leitungsband  $W_L$ .



## Ladungsdichten und $\zeta_n$ in n-Gebieten

Das chemische Potential stellt sich so ein, dass die Elektronenanzahl im Leitungsband gleich der Anzahl der freien Donator- und Valenzbandzustände ist:

$$\begin{aligned}n &= N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} = N_D \cdot (1 - P(W_D, T, \zeta_n)) + p \\&\approx N_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}}\right) \quad \text{wegen } p \ll N_D \cdot \left(1 - e^{-\frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}}\right) \\&\approx N_D \quad \text{(Boltzmannnäherung für } \frac{W_D - \zeta_n}{q \cdot U_T} > 2\end{aligned}$$

Chemisches Potential für die Boltzmannnäherung:

$$\zeta_n \approx W_L - q \cdot U_T \cdot \ln\left(\frac{N_L}{N_D}\right) \quad (7)$$

In einem mit Donatoren dotierten (n-) Gebiet sind bewegliche Elektronen die Majoritätsladungsträger.



Die Dichte der Minoritätsladungsträger strebt durch Generation bzw. Rekombination gegen Gl. 4:

$$p = \frac{n_i^2}{n}$$

Richtwerte Si 300K:

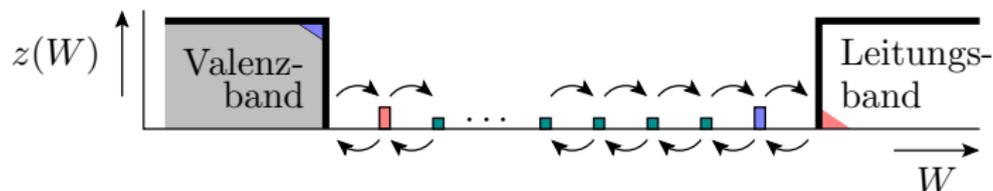
Donatordichte in $\text{cm}^{-3}$	$10^{14}$	$10^{16}$	$10^{18}$
Majoritätsladungsträgerdichte ( $n$ ) in $\text{cm}^{-3}$	$10^{14}$	$10^{16}$	$10^{18}$
Minoritätsladungsträgerdichte ( $p$ ) in $\text{cm}^{-3}$	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^2$	4

Für hohe Dotierung (ab  $10^{18} \text{cm}^{-3}$ ) sind die zusätzlichen Donatorzustände nur teilweise unbesetzt und  $n$  kleiner als die Donatordichte

$$n = N_D \cdot \left( 1 - e^{-\frac{w_D - \zeta_n}{q \cdot U_T}} \right) < N_A$$

## Tiefe Störstellen

Gleichmäßig in der Bandlücke verteilte zusätzliche Energiezustände durch Gitterfehler und Verunreinigungen.



- Akzeptorniveaus    ↗ Energieaufnahme
- Donatorniveaus    ↘ Energieabgabe
- tiefe Störstellen

- In der Regel erfolgt die Energieaufnahme und -abgabe in kleinen Schritten über die tiefen Störstellen.
- Je reiner ein Halbleiter, desto größer sind die Relaxationszeiten  $\tau_p$  und  $\tau_n$ , mit denen die Gleichgewichtsstörungen abgebaut werden.

## Zusammenfassung

Mit der Boltzmannnäherung für Si und 300K ( $U_T \approx 26 \text{ meV}$ ,  $W_V + 50 \text{ meV} < \zeta < W_L + 50 \text{ meV}$ ,  $N_V \approx 15 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$  und  $N_L \approx 24 \cdot 10^{18} \cdot \text{cm}^{-3}$ ) betragen im undotierten Halbleiter die Dichten der Löcher und der beweglichen Elektronen:

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}}$$

$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}}$$

Im Gleichgewichtszustand:

$$n \cdot p = n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_V - W_L}{q \cdot U_T}} = n_i^2$$

$n_i$  – intrinsische Ladungsträgerdichte, für Si bei 300 K  $n_i \approx 2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$ .  
Abnahme mit etwa 7% pro Kelvin zu.



Eine Akzeptordichte  $N_A \ll N_V$  ändert das Gleichgewicht in:

$$p = N_A; \quad n = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$\zeta_p \approx W_V + q \cdot U_T \cdot \ln \left( \frac{N_V}{N_A} \right)$$

Eine Donatordichte  $N_D \ll N_L$  ändert das Gleichgewicht in:

$$n = N_D; \quad p = \frac{n_i^2}{N_D}$$

$$\zeta_n \approx W_L - q \cdot U_T \cdot \ln \left( \frac{N_L}{N_D} \right)$$

Gleichgewichtsstörungen werden mit den Nettorekombinationsraten

$$r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n}; \quad r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}$$

abgebaut ( $\tau_{p/n}$  – Relaxionszeiten, bis zu Millisekunden).



## Stromloser pn-Übergang

## Suchen Sie die Gleichungen zusammen



Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_p \cdot (\dots\dots\dots) - \mu_n \cdot (\dots\dots\dots))$$

Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \dots\dots\dots$$

Die Boltzmannnäherung für  $p$  und  $n$  als Funktion von  $\zeta$  nach Gl. 3

$$p \approx N_V \cdot \dots\dots\dots$$

$$n \approx N_L \cdot \dots\dots\dots$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 5:

$$p - \text{Gebiet} : r_p = \frac{dp}{dt} = \dots\dots\dots, \quad n - \text{Gebiet} : r_n = \frac{dn}{dt} = \dots\dots\dots$$

## Zur Kontrolle

Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left( \mu_p \cdot \left( p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left( n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten nach Folie 17:

$$p = N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta}{q \cdot U_T}}$$
$$n = N_L \cdot e^{\frac{\zeta - W_L}{q \cdot U_T}}$$

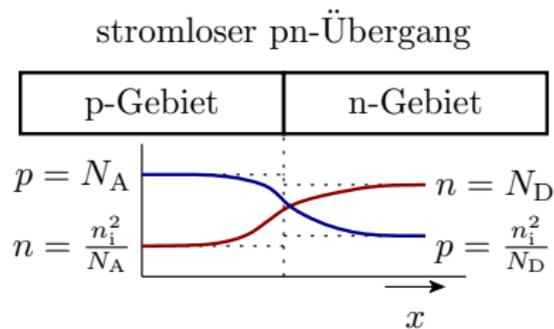
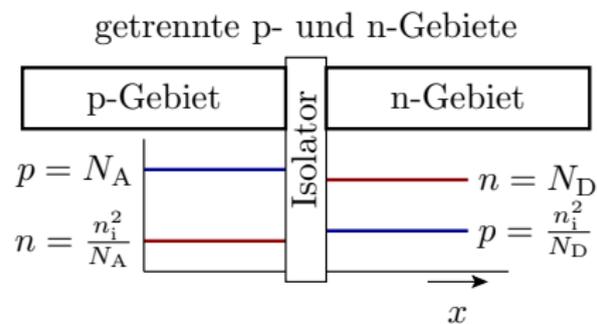
Die Poisson-Gleichung, Gl. 2:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

Die Nettorekombinationsraten nach Gl. 5:

$$p - \text{Gebiet} : r_p = \frac{dp}{dt} = \frac{p - p_0}{\tau_p}, \quad n - \text{Gebiet} : r_n = \frac{dn}{dt} = \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

## Verbindung eines p- und eines n-Gebiets



- Der Dichtegradient an der Übergangsstelle bewirkt, dass aus dem p-Gebiet Elektronen und aus dem n-Gebiet Löcher in das andere Gebiet diffundieren.
- Es entsteht ein elektrisches Feld, das einen Driftstrom verursacht, der den Diffusionsstrom kompensiert.
- Die im Verbindungsmoment durch Diffusion verursachte Erhöhung von  $n \cdot p \gg n_i^2$  wird innerhalb weniger Millisekunden durch Rekombination abgebaut.

## Feldstärke und Ladungsdichte

Im stationären Gleichgewicht heben sich überall die Elektronen- und Löcherströme auf. Elektronenstromdichte nach Gl. 1:

$$J_n = 0 = -q \cdot \mu_n \cdot \left( n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \quad (8)$$

Die Änderung der Elektronendichte ergibt sich aus der Änderung des Abstands des chemischen Potentials zum Leitungsband:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{\partial \left( N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} \right)}{\partial x} = \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \left( \frac{\partial \zeta_n}{\partial x} - \frac{\partial W_L}{\partial x} \right) = -\frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}^*$$

(\*mit Festlegung  $\zeta = \text{konst.}$ ). Eingesetzt in Gl. 8 ergibt sich, dass die Feldstärke im stromlosen pn-Übergang proportional zur Änderung der Leitungsbandenergie abnimmt:

$$0 = n \cdot E - U_T \cdot \frac{n}{q \cdot U_T} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}, \quad E = \frac{1}{q} \cdot \frac{\partial W_L}{\partial x}$$

## Diffusionsspannung und Raumladung

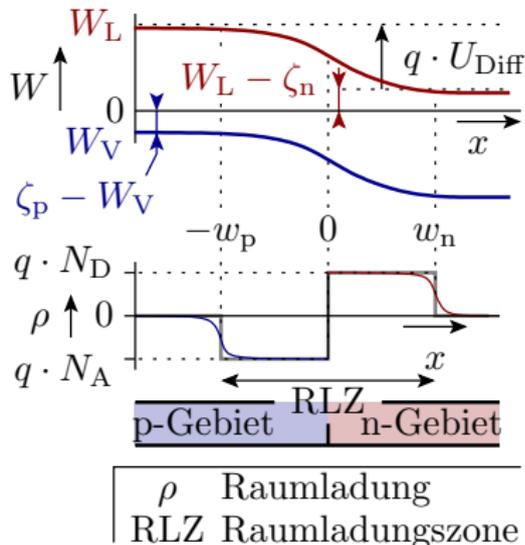
### Die Diffusionsspannung

$$U_{\text{Diff}} = - \int_{-w_p}^{w_n} E \cdot dx = -\frac{1}{q} \cdot \int_{-w_p}^{w_n} \frac{\partial W_L}{\partial x} \cdot dx = \frac{\zeta_n - \zeta_p}{q}$$

ist das Integral über die Feldstärke am stromlosen pn-Übergang.

In dem Bereich, in dem das chemische Potential von den Bandkanten weiter entfernt ist, ist die Dichte der beweglichen Ladungsträger klein gegenüber den ortsfesten Störstellenatomen. Näherungsweise konstante Raumladung:

- p-Gebiet:  $\rho \approx -q \cdot N_A$
- n-Gebiet:  $\rho \approx q \cdot N_D$



## Feldstärke und Sperrschichtbreite

Bei konstanter Raumladung nimmt nach Gl. 2 (Poisson-Gl.):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

die Feldstärke im p-Gebiet proportional mit  $-q \cdot N_A$  ab und im n-Gebiet mit  $q \cdot N_D$  zu (Dreieckverlauf) .

- Abfall p-Gebiet:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{-q \cdot N_A}{\epsilon} = \frac{-E_{\max}}{w_p}$$

- Anstieg n-Gebiet:

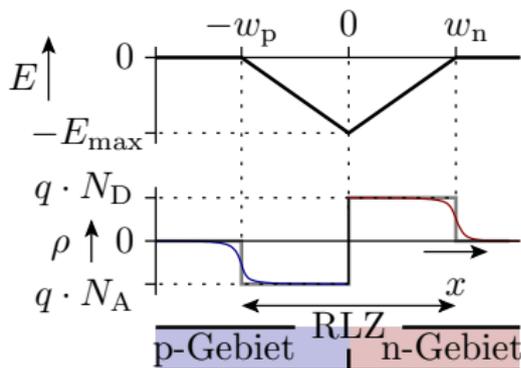
$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{q \cdot N_D}{\epsilon} = \frac{E_{\max}}{w_n}$$

- Ladungsneutralität:

$$N_A \cdot w_p = N_D \cdot w_n$$

- Diffusionsspannung:

$$U_{\text{Diff}} = \frac{1}{2} \cdot E_{\max} \cdot (w_p + w_n)$$



Auflösung des Gleichungssystems nach den Breiten der Raumladungszonen:

$$w = w_p + w_n = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot U_{\text{Diff}}}{q} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} \quad (9)$$

$$w_p = \frac{w \cdot N_D}{N_D + N_A}, \quad w_n = \frac{w \cdot N_A}{N_D + N_A}$$

Maximale Feldstärke:

$$E_{\text{max}} = \frac{w_p \cdot q \cdot N_A}{\varepsilon} = \frac{w_n \cdot q \cdot N_D}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot U_{\text{Diff}}}{w}$$

- Bei gleicher Dotierung:  $w_p = w_n$ .
- Bei ungleicher Dotierung breitet sich die Raumladungszone hauptsächlich im niedriger dotierten Gebiet aus.



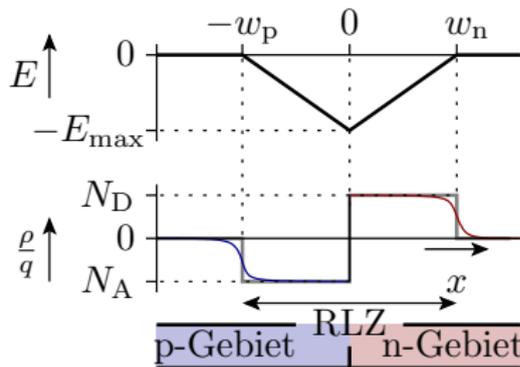
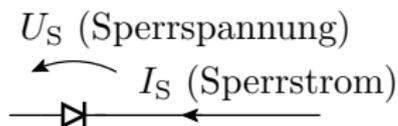
## pn-Übergang, Sperrbereich

## Sperrbereich

Eine Sperrspannung  $U_S > 0$  vergrößert

$$\int_{-w_p}^{w_n} E \cdot dx$$

von  $U_{\text{Diff}}$  auf  $U_{\text{Diff}} + U_S$ . Anstieg und Abfall von  $E$  verursacht durch die Raumladungen  $\rho = q \cdot N_A$  bzw.  $\rho = q \cdot N_D$  bleiben.



In den Gleichungen zur Bestimmung von  $w$ ,  $w_p$ ,  $w_n$  und  $E_{\text{max}}$  ist die Diffusionsspannung durch  $U_{\text{Diff}} + U_S$  zu ersetzen:

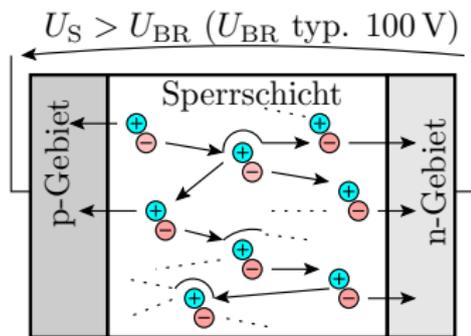
$$E_{\text{max}} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w}$$

$$E_{\max} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_{\text{S}})}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_{\text{S}})}{\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{N_{\text{A}}} + \frac{1}{N_{\text{D}}}\right)}} \quad (10)$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_{\text{S}})}{q} \cdot \left(\frac{1}{N_{\text{A}}} + \frac{1}{N_{\text{D}}}\right)} \quad (11)$$

$$w_{\text{p}} = \frac{w \cdot N_{\text{D}}}{N_{\text{D}} + N_{\text{A}}}, \quad w_{\text{n}} = \frac{w \cdot N_{\text{A}}}{N_{\text{D}} + N_{\text{A}}}$$

## Lawinendurchbruch



Häufigste Durchbruchart. Bei hohen Feldstärken nehmen die bewegten Ladungsträger auf ihrem Weg bis zum nächsten Gitterzusammenstoß so viel Energie auf, dass es für die Generierung eines Elektronen-Lochpaares ausreicht. Die Dichte der beweglichen Ladungsträger in der Raumladungszone steigt mit weiterer Erhöhung der Sperrspannung exponentiell an.

## Spannungsfestigkeit

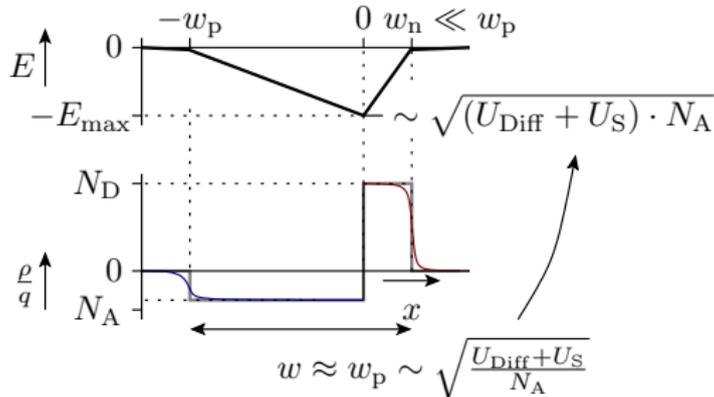
Die maximale Feldstärke  $E_{\max}$  muss unterhalb des Wertes für den Durchbruch  $E_{BR}$  bleiben:

$$E_{\max} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{\epsilon \cdot \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)}} < E_{BR}$$

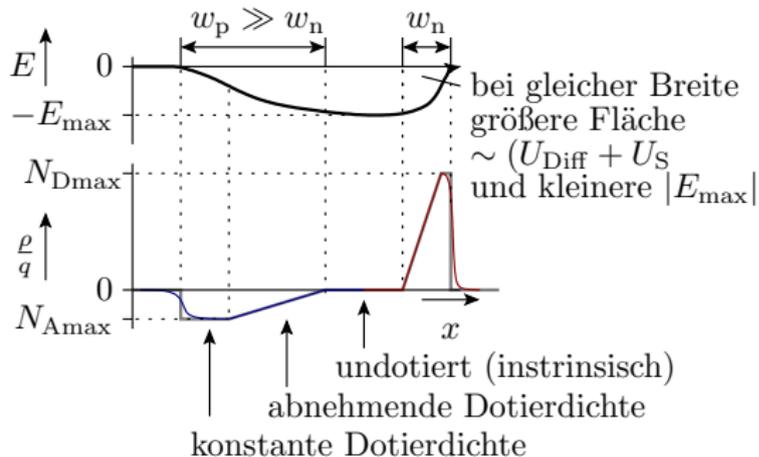
Für gegebene  $U_S$

- große Breite
- niedrige Dotierung.

Einseitig niedrige  
Dotierung reicht,  
weil sich die  
Sperrschicht  
hauptsächlich im  
niedrig dotierten  
Gebiet ausbreitet.



## Sanfte Dotierprofile und intrinsischer Übergang



Aus der Poisson-Gl. 2  $\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\rho}{\epsilon}$  folgt, dass bei abnehmender Raumladung, die in der Verarmungszone gleich der Dotierdichte ist,  $E$  schwächer und in einer intrinsischen Zwischenschicht gar nicht zunimmt. Bei gleicher Sperrschichtbreite und Sperrspannung geringeres Feldstärkemaximum.

## Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom mit der Stromdichte:

$$J_S = \frac{I_S}{A} \approx q \cdot (w_n \cdot r_n + w_p \cdot r_p)$$

mit der Generationsrate<sup>1</sup> im p-Gebiet:

$$-r_p = -\frac{dp_p}{dt} = \frac{N_A - p_p}{\tau_p} \approx \frac{N_A}{\tau_p}$$

und im n-Gebiet:

$$-r_n = -\frac{dn_n}{dt} = \frac{N_D - n_n}{\tau_n} \approx \frac{N_D}{\tau_n}$$

(...<sub>p</sub> – im p-Gebiet; ...<sub>n</sub>; im n-Gebiet;  $\tau$  – Relaxionszeit; Näherungsannahmen: Majoritätsdichte viel kleiner Dotierdichten). Zusammen:

$$J_S = \frac{I_S}{A} \approx q \cdot \left( \frac{w_n \cdot N_D}{\tau_n} + \frac{w_p \cdot N_A}{\tau_p} \right) \quad (12)$$

---

<sup>1</sup>Die Generierungsrate für  $n \cdot p < n_i^2$  ist minus Nettorekombinationsrate.

## Spannungsabhängigkeit des Sperrstroms und Sperrschichtkapazität

- Breiten der Raumladungszonen

$$w \sim w_p \sim w_n \sim \sqrt{U_{\text{Diff}} + U_S}$$

- Sperrstrom:

$$J_S \sim w \sim \sqrt{U_{\text{Diff}} + U_S}$$

wird meist vernachlässigt.

- Sperrschichtkapazität:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{w} \sim \frac{1}{\sqrt{U_{\text{Diff}} + U_S}}$$

wichtig für Analyse im Frequenzbereich; Ausnutzung in Kapazitätsdioden.

## Zusammenfassung

- Sperrschichtbreite:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{q} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

- Maximale Feldstärke:

$$E_{\text{max}} = \frac{2 \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{w} = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{\varepsilon \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}}$$

- Bei zu hoher Feldstärke Durchbruch.
- Erhöhung der Spannungsfestigkeit durch einseitig niedrige Dotierung, sanfte Dotierprofile und/oder eine intrinsische Schicht zwischen den dotierten Gebieten.
- Sperrstrom vernachlässigbar.
- Spannungsabhängige Sperrkapazität.



## pn-Übergang Durchlassbereich

## Suchen Sie die Gleichungen zusammen



- 1 Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot (\mu_p \cdot (\dots\dots\dots) - \mu_n \cdot (\dots\dots\dots))$$

- 2 Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten Gl. 3:

$$p \approx N_V \cdot \dots\dots\dots$$

$$n \approx N_L \cdot \dots\dots\dots$$

- 3 Die Gleichgewichtsverschiebung des Produkts  $n \cdot p$  unter der Annahme, dass sich die chemischen Potentiale für Löcher und Elektronen um  $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$  unterscheiden ( $\zeta_{p/n}$  – chemisches Potential zur Löcher- / Elektronendichte;  $U_D$  – Spannung in Durchlassrichtung;  $q$  – Elementarladung):

$$n \cdot p = n_i^2 \cdot \dots\dots\dots$$

## Zur Kontrolle

- 1 Stromdichte für Halbleiter nach Gl. 1:

$$J = q \cdot \left( \mu_p \cdot \left( p \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \mu_n \cdot \left( n \cdot E + U_T \cdot \frac{\partial n}{\partial x} \right) \right)$$

- 2 Die Boltzmannnäherungen für die Elektronen- und die Löcherdichten Gl. 3:

$$p \approx N_V \cdot e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{W_V - \zeta_p}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1^*$$
$$n \approx N_L \cdot e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} \quad \text{für } e^{\frac{\zeta_n - W_L}{q \cdot U_T}} < e^{-2} \approx 0,1^*$$

(\* – Gültigkeitsvoraussetzung).

- 3 Gleichgewichtsverschiebung des Produkts  $n \cdot p$  für  $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$

$$n \cdot p = \underbrace{N_V \cdot N_L \cdot e^{-\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}}_{n_i^2} \cdot \underbrace{e^{\frac{\zeta_n - \zeta_p}{q \cdot U_T}}}_{e^{\frac{U_D}{U_T}}}$$

## Durchlassbereich

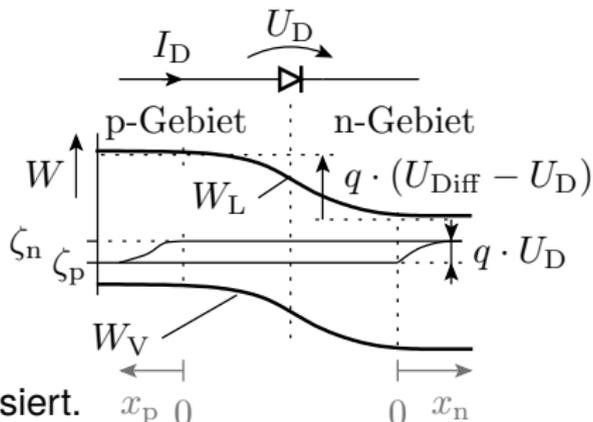
Eine Durchlassspannung  $U_D > 0$  verringert nach Gl. 11 das elektrische Feld und die Breite der Raumladungszone. Der Diffusionsstrom wird nicht mehr durch den Driftstrom kompensiert.

Unter der Annahme, keine Rekombination in der Sperrschicht<sup>2</sup>, behalten die chemischen Potentiale der in das andere Gebiet diffundierenden Ladungsträger die Differenz  $\zeta_n - \zeta_p = q \cdot U_D$ .

Vergrößerung von  $n \cdot p$  bis zum Ende der Sperrschicht:

$$n \cdot p \approx n_i^2 \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$$

<sup>2</sup>Aufgrund der großen Dichtegradienten diffundieren die Ladungsträger sehr schnell durch die Sperrschicht.



## Hinter der Raumladungszone

Majoritätsdichte:

$$p_p(x_p \geq 0) = N_A$$

$$n_n(x_n \geq 0) = N_D$$

Minoritätsdichteerhöhung am Ende der Raumladungszone:

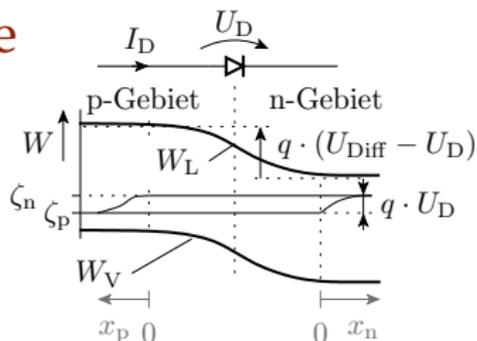
$$n_p(x_p = 0) = n_{p0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} \quad \text{mit } n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$p_n(x_n = 0) = p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} \quad \text{mit } p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$$

Weiterdiffusion der Minoritätsladungsträger im Bahngebiet:

- Elektronen im p-Gebiet:  $J_n = q \cdot \mu_n \cdot U_T \cdot \frac{\partial n_p(x_p)}{\partial x_p}$
- Löcher im n-Gebiet:  $J_p = q \cdot \mu_p \cdot U_T \cdot \frac{\partial p_n(x_n)}{\partial x_n}$

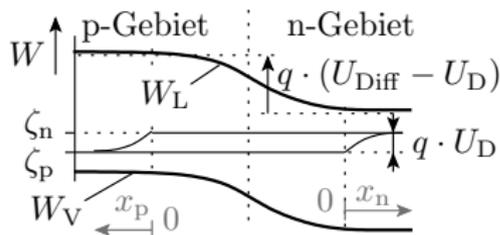
Die Dichtegradienten  $\neq 0$  entstehen durch Rekombination.



## Minoritätendichten $x_{p/n} \geq 0$

Diffusionsstromdichten:

$$J = J_n + J_p$$



	Diffusionsstromdichte	Abnahme durch Rekombination
p	$J_n = q \cdot \mu_n \cdot U_T \cdot \frac{\partial n_p(x_p)}{\partial x_p}$	$\frac{\partial J_n}{\partial x_p} = q \cdot r_p = q \cdot \frac{n_p(x_p) - n_{p0}}{\tau_p}$
n	$J_p = q \cdot \mu_p \cdot U_T \cdot \frac{\partial p_n(x_n)}{\partial x_n}$	$\frac{\partial J_p}{\partial x_n} = q \cdot r_n = q \cdot \frac{p_n(x_n) - p_{n0}}{\tau_n}$

1 DGL Min.-Dichte p-Gebiet:  $\frac{\partial^2 n_p(x_p)}{\partial x_p^2} = \frac{n_p(x_p) - n_{p0}}{\mu_n \cdot U_T \cdot \tau_p}$

2 DGL Min.-Dichte n-Gebiet:  $\frac{\partial^2 p_n(x_n)}{\partial x_n^2} = \frac{p_n(x_n) - p_{n0}}{\mu_p \cdot U_T \cdot \tau_n}$

Lösung der DGLs für die Minoritätendichten:

1 p-Gebiet:  $n_p(x_p) = k_p \cdot e^{[-] \frac{x_p}{L_n}} + n_{p0}$  mit  $L_n = \sqrt{\mu_n \cdot U_T \cdot \tau_p}$

2 n-Gebiet:  $p_n(x_n) = k_n \cdot e^{[-] \frac{x_n}{L_p}} + p_{n0}$  mit  $L_p = \sqrt{\mu_p \cdot U_T \cdot \tau_n}$

( $L_n$  – Diffusionslänge Elektronen im p-Gebiet;  $L_p$  – ... Löcher im n-Gebiet).



Lösung der DGLs für die Minoritätendichten:

**1** p-Gebiet:  $n_p(x_p) = k_p \cdot e^{[-] \frac{x_p}{L_n}} + n_{p0}$  mit  $L_n = \sqrt{\mu_n \cdot U_T \cdot \tau_p}$

**2** n-Gebiet:  $p_n(x_p) = k_n \cdot e^{[-] \frac{x_n}{L_p}} + p_{n0}$  mit  $L_p = \sqrt{\mu_p \cdot U_T \cdot \tau_n}$

$L_p, L_n$  – Diffusionslängen, Wege, bis zur Verringerung der Minoritätsüberschüsse auf das 1/e-fache.

Probe mit der Minoritätendichte im p-Gebiet:

$$\frac{\partial^2 \left( k_p \cdot e^{[-] \frac{x_p}{L_p}} + n_{p0} \right)}{\partial x_n^2} = \frac{k_p \cdot e^{[-] \frac{x_p}{L_p}}}{L_p^2} \stackrel{!}{=} \frac{\left( k_p \cdot e^{[-] \frac{x_p}{L_p}} + n_{p0} \right) - n_{p0}}{L_p^2} \sqrt{\quad}$$

...  $e^{-\frac{x_n}{L_p}}$  physikalisch richtig, weil  $p_n(x_n)$  mit  $x_n$  abnimmt.

$n_p(x_p), p_n(x_n)$	Minoritätendichte im p- bzw- n-Bahnggebiet
$k_p, k_n$	noch zu bestimmende Parameter
$\tau_p, \tau_n$	Relaxionszeit im p- bzw- n-Gebiet
$\mu_p, \mu_n$	Beweglichkeit im p- bzw- n-Gebiet
$L_n$	Diffusionslänge Elektronen im p-Gebiet
$L_p$	Diffusionslänge Löcher im n-Gebiet



Bestimmung  $k_p$  aus Randbedingung  $n_p(x_p = 0) = n_{p0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$ :

$$n_{p0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}} = k_p \cdot e^{-\frac{x_p=0}{L_n}} + n_{p0}$$

$$k_p = n_{p0} \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

$$n_p(x_p) = n_{p0} \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x_p}{L_n}} + n_{p0}$$

Bestimmung  $k_n$  aus Randbedingung  $p_n(x_n = 0) = p_{n0} \cdot e^{\frac{U_D}{U_T}}$ :

$$p_n(x_n) = p_{n0} \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{x_n}{L_p}} + p_{n0}$$

Durchlassstrom gleich Summe der Diffusionsströme bei  $x_{p/n} = 0$ :

$$\begin{aligned} J &= J_n + J_p = q \cdot \left( \mu_n \cdot U_T \cdot \frac{\partial n_p(x_p)}{\partial x_p} \Big|_{x_p=0} + \mu_p \cdot U_T \cdot \frac{\partial p_n(x_n)}{\partial x_n} \Big|_{x_n=0} \right) \\ &= \left( \frac{n_{p0} \cdot q \cdot \mu_n \cdot U_T}{L_n} + \frac{p_{n0} \cdot q \cdot \mu_p \cdot U_T}{L_p} \right) \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \end{aligned}$$



## Shockley-Gleichung

Durchlassstromdichte (Shockley-Gleichung):

$$J_D = J_s \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right) \quad (13)$$

mit der Sättigungsstromdichte

$$J_s = \left( \frac{n_{p0} \cdot q \cdot \mu_n \cdot U_T}{L_n} + \frac{p_{n0} \cdot q \cdot \mu_p \cdot U_T}{L_p} \right)$$

Gleichgewichts- minoritätendichten	$n_{p0} = \frac{n_i^2}{N_A}$	$p_{n0} = \frac{n_i^2}{N_D}$
Diffusionslängen:	$L_n = \sqrt{U_T \cdot \mu_n \cdot \tau_p}$	$L_p = \sqrt{U_T \cdot \mu_p \cdot \tau_n}$

die wegen  $U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$  und  $n_i^2 \sim T^{2..3} \cdot e^{-\frac{15000 \text{ K}}{T}}$  sehr stark von der Temperatur  $T$  abhängt:

$$J_s \sim T^{2,5..3,5} \cdot e^{-\frac{15000 \text{ K}}{T}}$$

( $U_D$  – Spannung in Durchlassrichtung;  $U_T$  – Temperaturspannung;  $n_i$  – instrinsische Ladungsträgerdichte).

## Zusammenfassung Durchlassstromdichte

$$J_D = J_s \cdot \left( e^{\frac{U_D}{U_T}} - 1 \right)$$

$$J_s = q \cdot U_T \cdot n_i^2 \cdot \left( \frac{1}{N_D} \cdot \sqrt{\frac{\mu_p}{\tau_n}} + \frac{1}{N_A} \cdot \sqrt{\frac{\mu_n}{\tau_p}} \right)$$

$$n_i^2 = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{w_V - w_L}{q \cdot U_T}}$$

Die Faktoren  $U_T$  und  $n_i^2$  bewirken, dass die Sättigungsstromdichte  $J_s$  stark temperaturabhängig ist.

$\tau_p, \tau_n$	Relaxionszeit im p- bzw- n-Gebiet
$\mu_p, \mu_n$	Beweglichkeit im p- bzw- n-Gebiet
$N_A, N_D$	Akzeptor- und Donatordichte im p- bzw- n-Gebiet
$U_T = \frac{k_B \cdot T}{q}$	Temperaturspannung
$q$	Elementarladung
$n_i^2$	instrinsische Ladungsträgerdichte



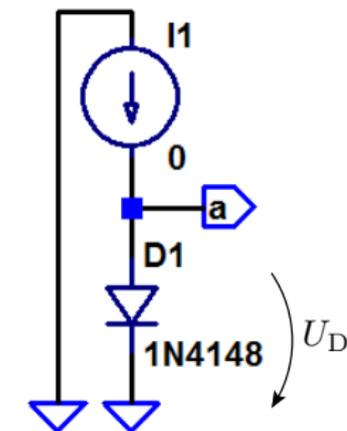
# Dioden



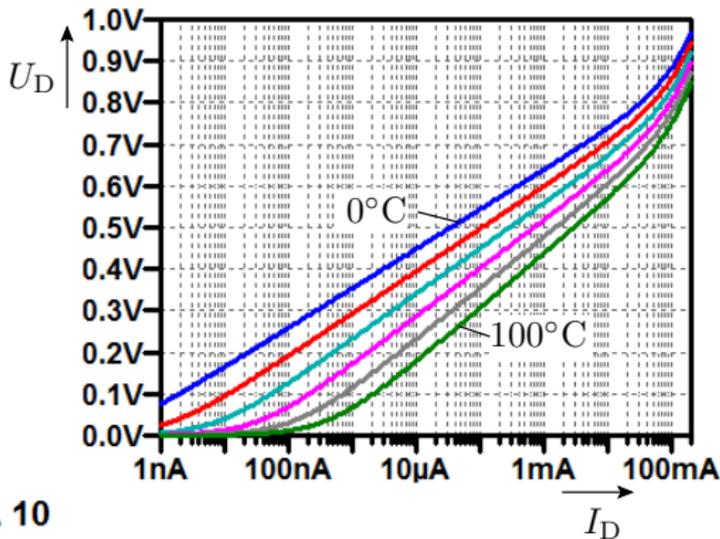
# Spice-Modell

## Einführendes Beispiel

Das mit LT-Spice mitgelieferte Modell der Diode 1N4148 hat im Durchlassbereich folgende Strom-Spannungs-Beziehung:



```
.step temp 0 100 20
.dc oct I1 1E-9A 200mA 10
```



Im Sperrbereich ist der simulierte Strom null.



Die Beschreibung dieser Diode lautet:

```
.model 1N4148 D(Is=2.52n Rs=.568,  
N=1.752 Cjo=4p M=.4 Iave=200m  
Tt=20n Vpk=75 mfg=OnSemi  
type=silicon)
```

Alle anderen Parameter haben die Standardwerte.

- Was bedeuten diese Parameter?
- Wie bestimmen Sie das Simulationsergebnis?
- Wie gut stimmt das Modellverhalten mit der Wirklichkeit überein?

---

Das Lernziel in diesem und den nächsten Abschnitten ist das Kennenlernen der Spice-Modelle und Spice-Parameter

- ihren Zusammenhang zu den physikalischen Modellen und
- ihre praktische Bedeutung in Schaltungen.



## Spice-Parameter einer Diode

Berkeley-Spice-Modell für Halbleiterdioden, erweitert um eine genauere Modellierung des Durchbruchverhaltens und des Rekombinationsstroms. Letzte Spalte Diode aus dem Beispiel.

Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+ME	1N4148
$I_S$	$I_s$	Sättigungsstrom	$10^{14}$ A	2,52nA
$R_S$	$R_s$	Bahnwiderstand	$0 \Omega$	$0.568 \Omega$
	$N$	Emissionskoeffizient	1	1,75
	$T_t$	Transitzeit	0 ns	20ns
$C_{S0}$	$C_{j0}$	Kapazität für $U_D = 0$	0 pF	4pF
$U_{Diff}$	$V_j$	Diffusionsspannung	1 V	
	$M$	Kapazitätskoeffizient	1	.4
$W_g$	$E_g$	Bandabstand	$1,11^* \text{ eV}$	

(Std-W+ME Standardwert + Maßeinheit; \* – Wert für Silizium)



Param.	Spice	Bezeichnung	Std-W+E	1N4148
$X_{TI}$	Xti	Is-Temperaturkoeff.	3.0	
$k_F$	KF	Funkelrauschkoeff.	0	
$A_F$	Af	Funkelrauschexp.	1	
$f_s$	FC	Koeff. Bereichswechs. $C_S$	0.5	
	BV	Durchbruchspannung	$\infty, V$	
	Ibv	Strom bei $U_{BR}$	$10^{-10} A$	
	Tnom	Bezugstemperatur	$27^\circ C$	
	I <sub>sr</sub>	Rekomb.-Stromparam.	0 A	
	Nr	$I_{SR}$ -Emmissionskoeff.	2	
	I <sub>kf</sub>	Wechsel Hochstromber.	$\infty A$	
	Tikf	I <sub>kf</sub> -Temperaturkoeff.	$0^\circ C$	
	Trs1	lin. R <sub>s</sub> Temp.-Koeff.	$0^\circ C$	
	Trs2	quad. R <sub>s</sub> Temp.-Koeff.	$0^\circ C$	



## Grenzwerte

Zulässige Maximalwerte zur Kontrolle, dass die Diode im zulässigen Bereich betrieben wird.

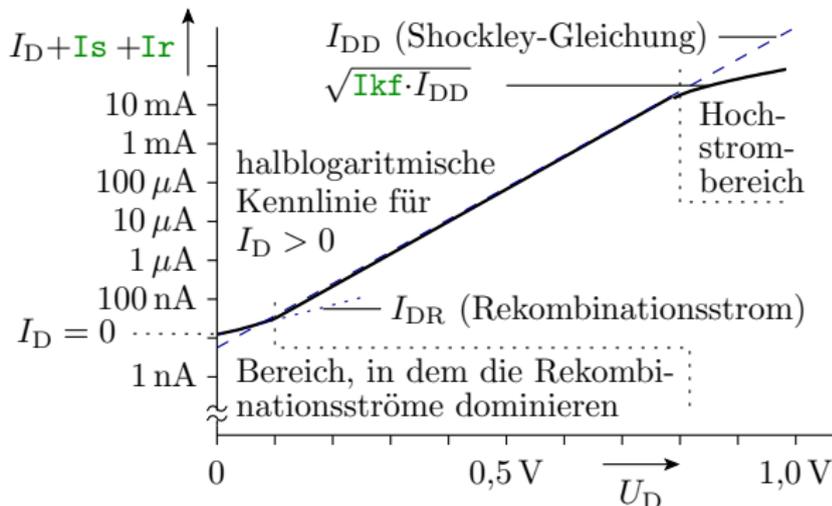
Param.	Spice	Bezeichnung	Einheit	1N4148
	Vpk	Spitzensperrspannung (peak voltage)	V	75 V
	Ipk	Spitzenstrom	A	
	Iave	mittlerer Strom (average current)	A	200 mA
	Irms	Strom RMS	A	
	diss	max. Verlustleistung	W	
	mfg	Hersteller		onSemi
	type	Diodenart		silicon

Weitere Angaben siehe [scad3.pdf]. Das Beispielmmodell verwendet überwiegend die Standardwerte, z.B. Durchbruchspannung  $\infty$ .



# Durchlassbereich

# Strom-Spannungsbeziehung Durchlassbereich



- Normaler Durchlassbereich: Näherungsweise Gültigkeit der Shockley-Gl. 13.
- Niedrigstrombereich: Hier dominieren die winzigen Rekombinationsströme in der Sperrschicht.
- Hochstrombereich: Halbierter logarithmischer Anstieg.

## Annäherung durch parametrisierte Gleichungen

- Shockley-Gleichung mit Korrekturfaktor  $N$  für den log. Anstieg (normaler Durchlassbereich):

$$I_{DD} = I_s \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} - 1 \right) \quad (14)$$

- Der zusätzliche Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

$$I_{DR} = I_{sr} \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N_r \cdot U_T}} - 1 \right)$$

- Halbierung des logarithmischen Anstiegs im Hochstrombereich:

$$I_{DDH} = \frac{I_{DD}}{\sqrt{1 + \frac{I_{DD}}{I_{kf}}}} \approx \begin{cases} I_{DD} & I_{DD} \ll I_{kf} \\ \sqrt{I_{DD} \cdot I_{kf}} & I_{DD} \gg I_{kf} \end{cases}$$

( $I_{DD}$  – Diffusionsstrom nach Gl. 14;  $I_{KF}$  – Strom für den Übergang zum Hochstrombereich).

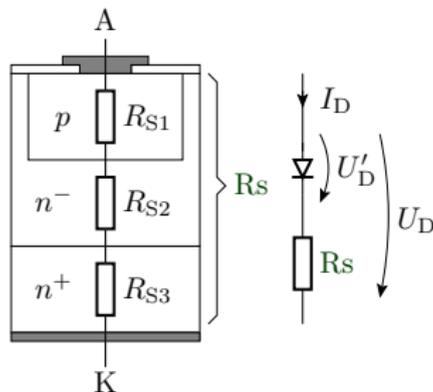
### Zusätzliche Berücksichtigung der Bahnwiderstände

Bahnwiderstand  $R_S$ :

- typ.  $10 \text{ m}\Omega$  (Leistungsdioden) bis  $10 \Omega$  (Kleinsignaldioden).
- Modellierung durch einen zusätzlichen Spannungsabfall:

$$U_D = U'_D + R_S \cdot I_D$$

( $U'_D$  – Spannungsabfall pn-Übergang;  $n^-$  – niedrig dotiertes n-Gebiet;  $n^+$  – hoch dotiertes n-Gebiet).



## Temperaturverhalten

In der angepassten Shockley-Gl. 13

$$I_D(U_D, T) = I_S(T) \cdot \left( e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T(T)}} - 1 \right)$$

sind die Temperaturspannung (eingeführt auf S. 6)

$$U_T(T) = \frac{k_B \cdot T}{q} = 86,142 \frac{\mu\text{V}}{\text{K}} \cdot T$$

und nach Gl. 13 und 4 die Sättigungsstromdichte

$$I_S \sim n_i^2(T) = N_V \cdot N_L \cdot e^{\frac{W_L - W_V}{q \cdot U_T}}$$

( $k$  – Boltzmannkonstante,  $q$  – Elementarladung) und darin wieder  $N_V$  und  $N_L$  stark temperaturabhängig. Empirisches Modell:

$$I_S(U_D, T) = I_S(T_{\text{nom}}) e^{\left(\frac{T}{T_{\text{nom}}} - 1\right) \cdot \frac{E_g}{n \cdot U_T(T)}} \cdot \left(\frac{T}{T_{\text{nom}}}\right)^{\frac{\chi_{ti}}{n}}$$

( $I_S$  – Sättigungsstrom;  $E_g$  – Bandabstand;  $T_{\text{nom}}$  – Bezugstemperatur,  $\chi_{ti}$  – Temperaturkoeffizient von  $I_S$ ).

## Temperaturverhalten für Überschläge

Relative Stromzunahme mit der Temperatur:

$$\frac{1}{I_D} \cdot \frac{dI_D}{dT} \Big|_{U_D=\text{const.}} \approx 0,04 \dots 0,08 \text{ K}^{-1} \quad (15)$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von  $\approx 11 \text{ K}$  verdoppelt sich der Strom bei gleicher Spannung.

Spannungsabnahme bei konstantem Strom:

$$\frac{dU_D}{dT} \Big|_{I_D=\text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$$

- Bei einer Temperaturerhöhung von  $\approx 60 \text{ K}$  verringert sich die Durchlassspannung bei gleichem Strom um  $100 \text{ mV}$ .

---

Bei höherem Leistungsumsatz sind Halbleitertemperaturen von  $50 \dots 100^\circ\text{C}$  normal.

## Parameterbeispiele

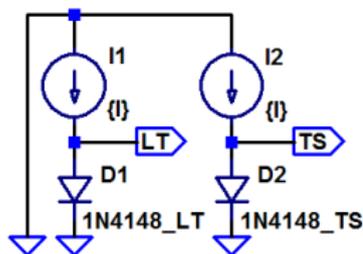
Die nachfolgenden Werte sind aus [1] und nicht von den Modellen aus dem Simulator.

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
$I_S$	Sättigungsstrom	2,68 nA	14,1 nA
$N$	Emissionskoeffizient	1,84	1,99
$I_{sr}$	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
$N_r$	$I_{sr}$ -Emissionskoeffizient	2	2
$I_{kf}$	Wechsel Hochstromber.	0,041 A	94,8 A
$R_s$	Bahnwiderstand	0,6 $\Omega$	0,034 $\Omega$

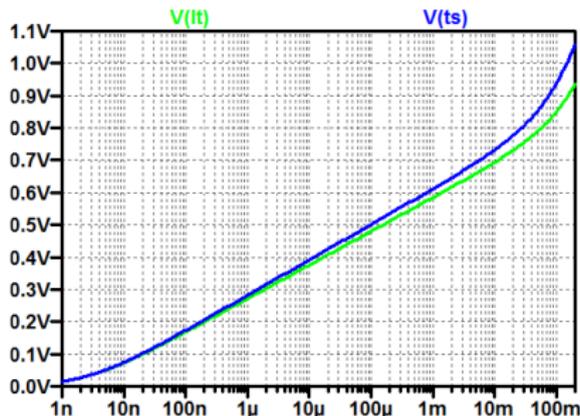
Der Temperaturkoeffizient  $\chi_{ti}$  von  $I_S$ , der Temperaturkoeffizient  $T_{ikf}$  des Hochstromübergangs und die Temperaturkoeffizienten  $T_{rs1}$  und  $T_{rs2}$  des Bahnwiderstands haben die Standardwerte.

## Simulation mit zwei Modellen desselben Bauteils

Für die Diode 1N4148, die auch im Praktikum eingesetzt wird, hat der Simulator andere Parameter, als in [1] angegeben sind.



```
.model 1N4148_LT D(Is=2.52n Rs=.568, N=1.752)
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n rs=.6 N=1.84
+ Isr=1.57f Ikf=41m)
.step oct param I 1n 200m 10
.op
```



Das Modell des Simulators »\_LT« und das Modell »\_TS« aus [1] verhalten sich auch unterschiedlich. Fertigungsstreuungen? Schaltungen so entwerfen, dass die Unterschiede nicht stören.



# Sperr- und Durchbruchbereich



## Sperrstrom

Der Sperrstrom ist ein Generierungsstrom, der proportional zur Sperrschichtbreite zunimmt. Für einen abrupten Übergang Zunahme mit der Wurzel der Sperrspannung  $U_S = -U_D$ :

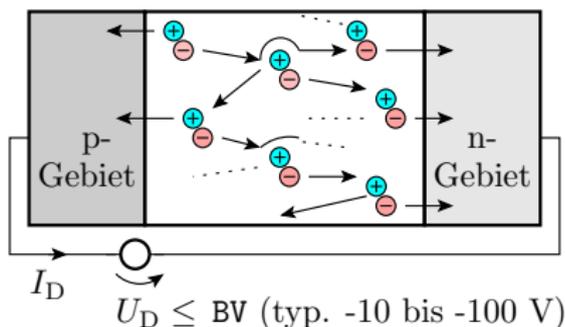
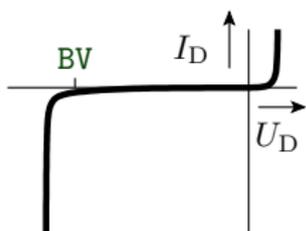
$$I_S \sim \sqrt{v_j + U_S}$$

(vergl. Gl. 12). Empirische Spice-Annäherung:

$$I_S = -I_{sr} \cdot \left( \left( 1 + \frac{U_S}{v_j} \right)^2 + 0,005 \right)^{\frac{M}{2}} \quad (16)$$

Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
$I_{sr}$	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	0
$v_j$	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
$M$	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44

## (Lawinen-) Durchbruch



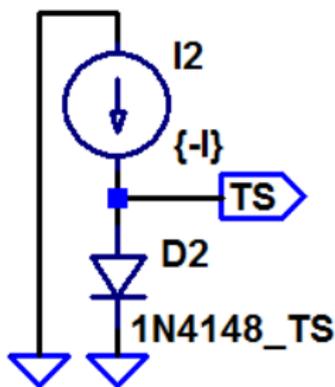
Modellierung als exponentielle Stromzunahme mit zunehmender Sperrspannung  $-U_D$  abzüglich der Durchbruchspannung  $BV$ :

$$I_{BR} = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_S - BV}{U_T}} \quad (17)$$

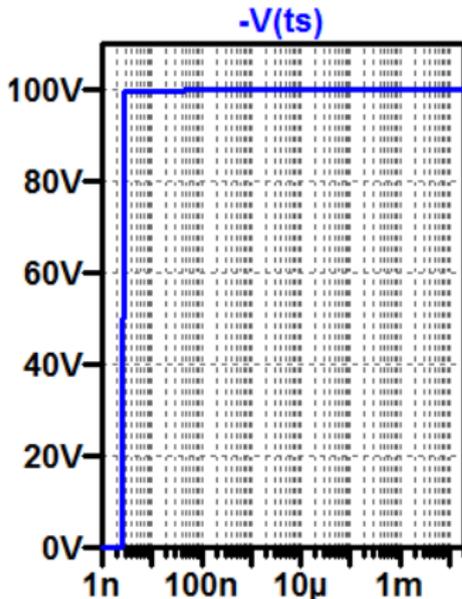
Param.	Bezeichnung	1N4148	1N4001
BV	Durchbruchspannung	100 V	75 V
$I_{bv}$	Strom bei BV	100 $\mu$ A	10 $\mu$ A

Für den Sperrbereich vervollständigtes Modell mit den Parametern aus [1]:

```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n Rs=.6, N=1.84 Isr=1.57f
Ikf=41m Vj=0.5 M=0.333 BV=100 Ibv=100μ)
```



```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 Isr=1.57f Ikf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 Ibv=100μ)
.step oct param I 1n 20m 10
.op
```



# Zusammenfassung pn-Übergang DC-Verhalten

- Durchlass-Diffusions-Strom nach Shockley-Gl.:

$$I_{DD} = I_S \cdot \left( e^{\frac{U_D}{n \cdot U_T}} - 1 \right)$$

- Rekombinationsstromanteil im Durchlassbereich:

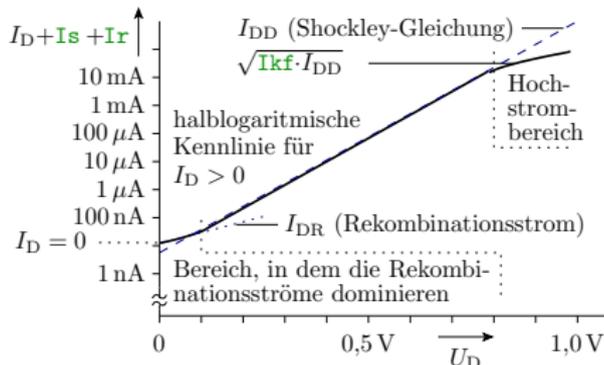
$$I_{DR} = I_{SR} \cdot \left( e^{\frac{U_D}{n_r \cdot U_T}} - 1 \right)$$

- $I_{SR}$  ist gleichzeitig Proportionalitätsfaktor für den Sperrstrom:

$$I_S = -I_{SR} \cdot \left( \left( 1 + \frac{U_S}{V_j} \right)^2 + 0,005 \right)^{\frac{M}{2}}$$

- Hochstromeffekt:

$$I_{DDH} = \frac{I_{DD}}{\sqrt{1 + \frac{I_{DD}}{I_{kf}}}} \approx \begin{cases} I_{DD} & I_{DD} \ll I_{kf} \\ \sqrt{I_{DD} \cdot I_{kf}} & I_{DD} \gg I_{kf} \end{cases}$$



- Relative Stromzunahme mit der Temperatur:

$$\frac{1}{I_D} \cdot \frac{dI_D}{dT} \Big|_{U_D=\text{const.}} \approx 0,04 \dots 0,08 \text{ K}^{-1}$$

- Spannungsabnahme bei konstantem Strom:

$$\frac{dU_D}{dT} \Big|_{I_D=\text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$$

Durchbruchverhalten:

$$I_{BR} = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_S - BV}{U_T}}$$

- Für Bahnwiderstände außerhalb der Raumladungszone und der Difusionsladung gilt das ohmesche Gesetz.



## Sperrschicht- und Diffusionskapazität



## Sperrschichtkapazität

Die Sperrschichtkapazität leitet sich aus dem Modell des Plattenkondensators ab:

$$C = \varepsilon \cdot \frac{A}{w}$$

Der Abstand ist die Sperrschichtbreite  $w$ . Für den abrupten pn-Übergang gilt nach Gl. 11:

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot \varepsilon \cdot (U_{\text{Diff}} + U_S)}{q} \cdot \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

Das angelehnte Spice-Modell versteckt die Parameter  $\varepsilon$ ,  $A$ ,  $q$ ,  $N_A$  und  $N_D$  in der Kapazität  $C_{j0}$  für  $U_S = 0$ :

$$C_S = C_{j0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^M} \quad (18)$$

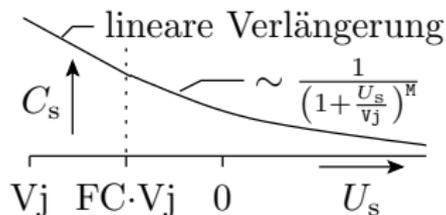
Der Kapazitätskoeffizient  $M$  hängt vom Dotierverlauf ab. In Gl. 11 für den abrupten Übergang Quadratwurzel ( $M=0,5$ ).



Bei zur Sperrschicht abnehmender Dotierung  $m < 0,5$ .

Gl. 18 gilt auch im schwach durchlässigen Bereich bis  $U_S > -FC \cdot V_j$ .

Für größere Durchlassspannungen  
 $U_S = -U_S > -FC \cdot V_j$  lineare Annäherung:



$$C_S = C_{j0} \cdot \begin{cases} \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^m} & \text{für } U_S > -FC \cdot V_j \\ \frac{1 - FC \cdot (1 - m) - \frac{m \cdot U_S}{V_j}}{(1 - FC)^{(1+m)}} & \text{für } U_S \leq -FC \cdot V_j \end{cases} \quad (19)$$

Param.	Spice	Bezeichnung	1N4148	1N4001
$C_{S0}$	$C_{j0}$	Kapazität für $U_D = 0$	4 pF	25,9 pF
$U_{Diff}$	$V_j$	Diffusionsspannung	0,5 V	0,325 V
	$m$	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,44
	$FC$	Koeff. Bereichswechsel $C_S$	0,5	0,5

1N4148 – Kleinsignaldiode; 1N4001 – Gleichrichterdiode aus [1].



## Diffusionskapazität

Im Durchlassbereich befindet sich in der Verarmungszone eine vom Strom abhängige Diffusionsladung:

$$Q_D = Tt \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} \approx I_S \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

( $I_{DD}$  – Diffusionsstrom nach Gl. 14;  $\tau_T$  – Transitzeit). Die Diffusionskapazität beschreibt die Änderung der Diffusionsladung mit der Diodenspannung  $U_D$ :

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} \approx \frac{Tt \cdot I_D}{N \cdot U_T}$$

Parameter	Bezeichnung	1N4148	1N4001	
$Tt$	Transitzeit	11,5	5700	ns
$N$	Emissionskoeffizient	1,84	1,99	



## Formen Sie selbst um



$$Q_D = Tt \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} = I_S \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

- 1 Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit von der Durchlassspannung:

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} = \dots\dots\dots$$

- 2 Wie groß ist die Durchlassspannung in Abhängigkeit vom Durchlassstrom  $I_{DD}$ :

$$U_D = \dots\dots\dots$$

- 3 Wie groß ist die Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom:

$$C_D = \dots\dots\dots$$



## Zur Kontrolle

$$Q_D = Tt \cdot I_{DD} \text{ mit } I_{DD} = I_S \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

- 1 Diffusionskapazität in Abhängigkeit von der Durchlassspannung:

$$C_D = \frac{dQ_D}{dU_D} = \frac{Tt}{N \cdot U_T} \cdot I_S \cdot \left( e^{\frac{U_D}{N \cdot U_T}} \right)$$

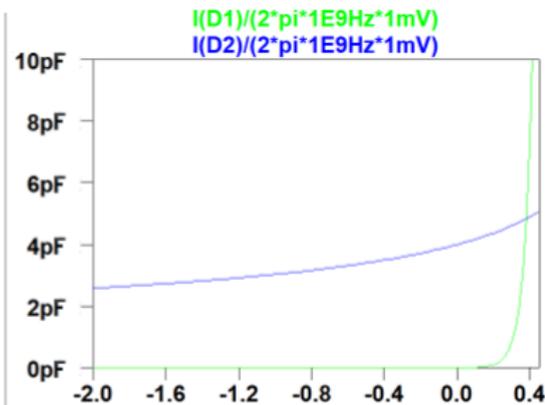
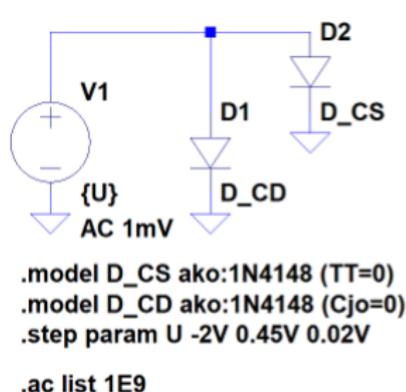
- 2 Durchlassspannung in Abhängigkeit vom Durchlassstrom  $I_{DD}$ :

$$U_D = N \cdot U_T \cdot \ln \left( \frac{I_{DD}}{I_S} \right)$$

- 3 Diffusionskapazität in Abhängigkeit vom Durchlassstrom:

$$C_D = \frac{Tt}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD}$$

## Simulierte Kapazitäten der Diode 1N4148



- Kapazität:  $AC\text{-Strom} / (2\pi \cdot AC\text{-Spannung})$
- Nur Sperrschichtkapazität: Simulation mit Transitzeit  $TT=0$
- Nur Diffusionskapazität: Simulation mit  $C_{j0}=0$ .

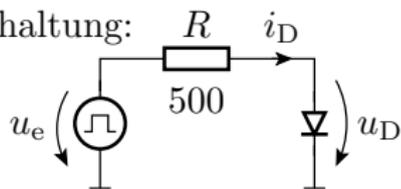
In späteren Überschlügen:

$$C \approx \begin{cases} C_{j0} & C_{j0} > \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD} \\ \frac{\tau_t}{N \cdot U_T} \cdot I_{DD} & \text{sonst} \end{cases}$$



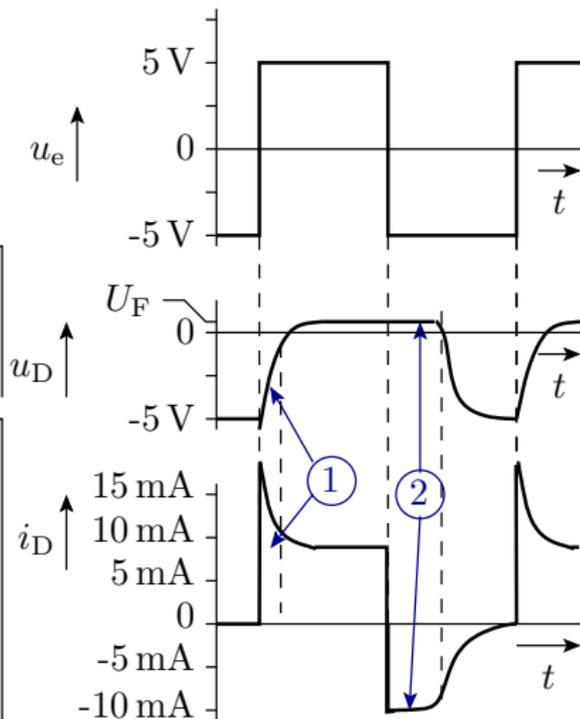
## Schaltverhalten mit Diffusionskapazität

Messschaltung:

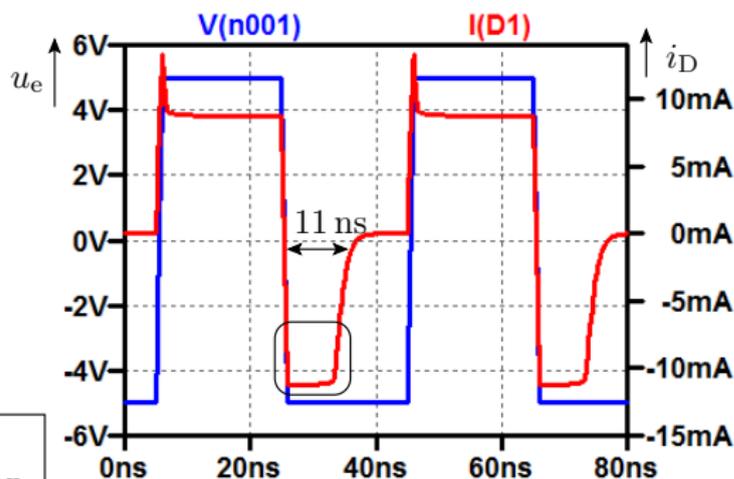
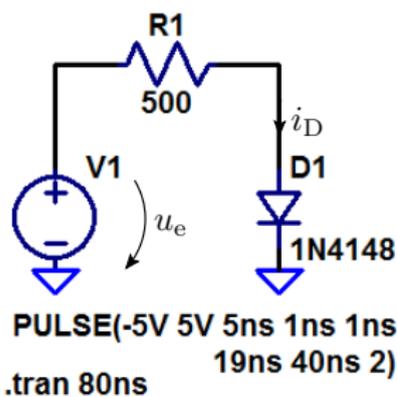


- ① Entladen der Sperrschicht
- ② Entladung der Diffusionskapazität

Die proportionale Zunahme der Diffusionskapazität mit dem Strom verursacht den im Bild dargestellten nahezu konstanten Strom während der Entladung der Diffusionskapazität.



## Kontrolle mittels Simulation



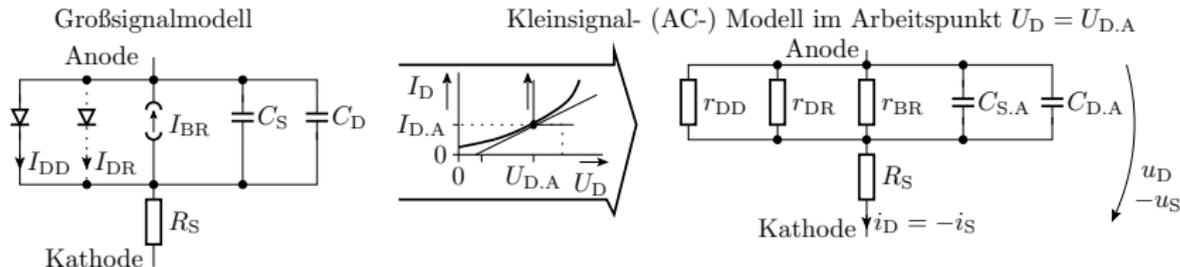
Ausschaltverzögerung durch die Diffusionskap.

- Beim Einschalten Signalverlauf ähnlich wie geschaltetes RC-Glied.
- Beim Ausschalten benötigt die Diode zusätzlich  $T_T = 11$  ns zum entladen der Diffusionskapazität (Stromschleife).



# Kleinsignalmodell

## Kleinsignalmodell, Ersatzwiderstände



D	$I_{DD} \approx I_s \cdot e^{\frac{U_D}{(2 \cdot)^* \cdot n \cdot U_T}}$	$\frac{1}{r_{DD}} = \left. \frac{dI_{DD}}{dU_D} \right _{U_{D.A}}$	$r_{DD} = \frac{(2 \cdot)^* \cdot n \cdot U_T}{I_{DD.A}}$
BR	$I_{BR} = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_{S.-BV}}{U_T}}$	$\frac{1}{r_{BR}} = \left. \frac{dI_{BR}}{dU_S} \right _{U_{S.A}}$	$r_{BR} = \frac{U_T}{I_{BR.A}}$

D – Durchlassbereich;  $(2 \cdot)^*$  – Widerstandserhöhung im Hochstrombereich; BR – Durchbruchbereich;  $I_{DR}$ ,  $r_{DR}$  – Rekombinationsstrom und zugehöriger Kleinsignalwiderstand (Berechnung analog zu  $r_{DD}$ );  $C_{S.A}$ ,  $C_{D.A}$  – Sperrschicht und Diffusionskapazität im Arbeitspunkt.

## Formen Sie selbst um



Rekombinationsstrom in der Sperrschicht:

$$I_{\text{DR}} = I_{\text{sr}} \cdot \left( e^{\frac{U_{\text{D}}}{n \cdot U_{\text{T}}}} - 1 \right)$$

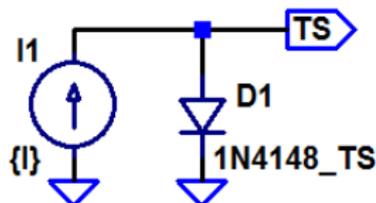
Kleinsignal- (AC-) Leitwertanteil:

$$\frac{1}{r_{\text{DR}}} = \left. \frac{dI_{\text{DR}}}{dU_{\text{D}}} \right|_{U_{\text{D},\text{A}}} = \dots\dots\dots$$

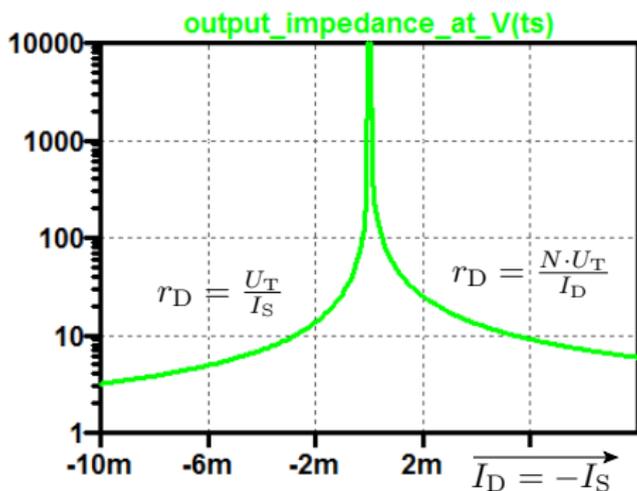
Kleinsignal- (AC-) Ersatzwiderstand:

$$r_{\text{DR}} = \dots\dots\dots$$

## Ersatzwiderstand der Diode 1N4148



```
.model 1N4148_TS D(Is=2.68n
+ rs=.6 N=1.84 lsr=1.57f lkf=41m
+ Vj=0.5 BV=100 lbv=100µ
+ Cjo=4p Vj=0.5 FC=0.5 TT=11.5n)
.step param I -10mA 10mA 0.1mA
.tf V(TS) I1
```



- Im Sperrbereich bei  $I_D \approx 0$  ist der Ersatzwiderstand  $\approx 17 \text{ M}\Omega$ .
- Die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung über der Diode zeigt Folie 84.



# Spezielle Dioden

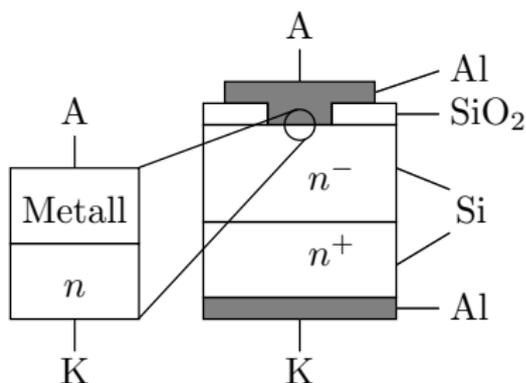


# Schottky-Diode

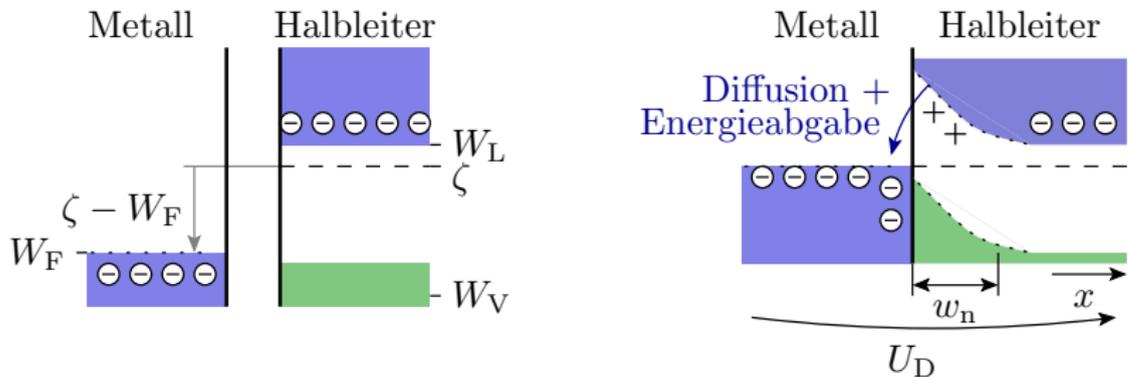
### Schottky-Diode

Eine Schottky-Diode ist ein Metall-Halbleiter-Übergang, z.B. Aluminium zu einem niedrig dotierten n-Gebiet.

- Dasselbe Grundmodell wie eine pn-Diode mit
- geringerer Flussspannungen,
- ohne Diffusionskapazität und damit kürzerer Ausschaltverzögerung.

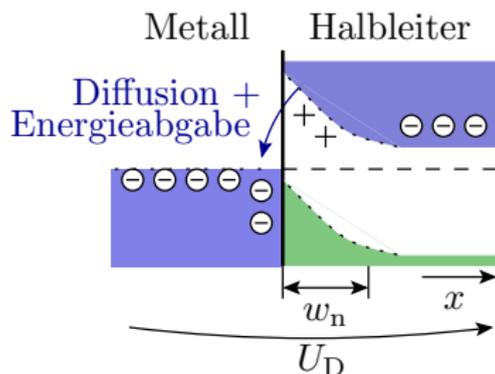


### Physik an Metall-Halbleiter-Kontakten



Bei Verbindung eines Metalls mit einer Fermi-Energie  $W_F$  mit einem n-dotierten Halbleiter mit einem chemischen Potential  $\zeta > W_F$

- verbiegt sich das Leitungsband des Halbleiters nach oben,
- die Leitungsbandelektronen diffundieren in das Metall und geben Energie ab.



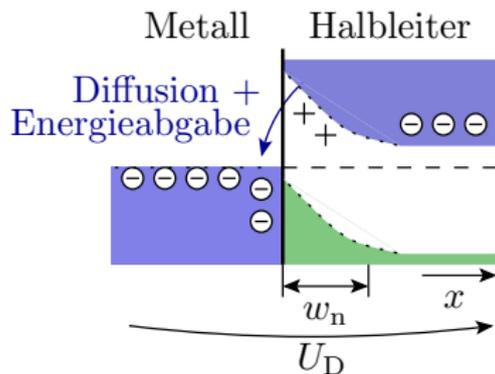
Raumladung



Feldstärke



- Die Elektronen aus dem Halbleiter sammeln sich an der Metalloberfläche und hinterlassen über eine Breite  $w_n$  ortsfeste Donatorionen im Halbleiter.
- Eine positive Spannung  $U_D$  drängt Elektronen in die Verarmungszohne. Die Potentialbarriere  $\zeta - W_F$  wird kleiner. Wie bei pn-Übergang exponentieller Stromanstieg mit der Spannung.
- Eine negative Spannung  $U_D$  erhöht die Potentialbarriere und die Sperrschichtbreite. Es fließt ein geringer Sperrstrom.



Raumladung



Feldstärke



- Bei zu hohen Sperrspannungen Durchbruch.

Im Vergleich zu pn-Übergängen:

- kleinere Flussspannungen.
- wesentlich kürzere Ausschaltzeiten<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>Die Minoritätsträger tragen nicht zum Ladungstransport bei. Die Majoritätsträger folgen dem Feld sehr schnell.



## Verhaltensmodell

Gleiches Spice-Grundmodell wie pn-Übergang:

Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
$I_S$	Sättigungsstrom	2,68 nA	0*	481 $\mu$ A
$R_S$	Bahnwiderstand	0,6 $\Omega$	0,1 $\Omega$	40 m $\Omega$
$N$	Emissionskoeffizient	1,84	1	5
$T_t$	Transitzeit	11,5 ns	0,025 ns	0
$C_{j0}$	Kapazität für $U_D = 0$	4	4	14 pF
$M$	Kapazitätskoeffizient	0,333	0,333	0,5

(1N4148 – Kleinsignaldiode; BAS40, BAT43 – Schottky-Dioden).

Schottky-Dioden haben nur

- etwa die halbe Flussspannung, simuliert durch kleinere Sättigungsströme und
- kurze Ausschaltzeiten, modelliert durch kleine Transitzeiten.

(\* Modellierung durch die Rekombinationsstromparameter  $I_{SR}$  und  $N_r$ .)

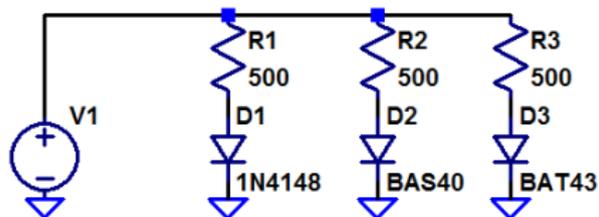


Spice	Bezeichnung	1N4148	BAS40	BAT43
Vj	Diffusionsspannung	0,5 V	0,5 V	0,385 V
FC	Koeff. Bereichswechsel $C_S$	0,5	0,5	0,5
BV	Durchbruchspannung	100 V	40 V	$\infty$
Ibv	Strom bei $U_{BR}$	100 $\mu$ A	10 $\mu$ A	$10^{-10}$ A
Isr	Rekomb.-Stromparam.	1,57 fA	254 fA	$10^{-21}$ A
Nr	$I_{SR}$ -Emmisionskoeff.	2	2	4,995
Ikf	Wechsel Hochstr.	41 mA	10 mA	$\infty$

Für die Dioden 1N4148 und BAS40 sind die Parameter aus [1] übernommen. Für die Dioden BAT43 wurde folgendes Modell aus dem Internet verwendet [[http://www.ee.siu.edu/...](http://www.ee.siu.edu/)]:

```
.MODEL BAT43 D( IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.50005
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

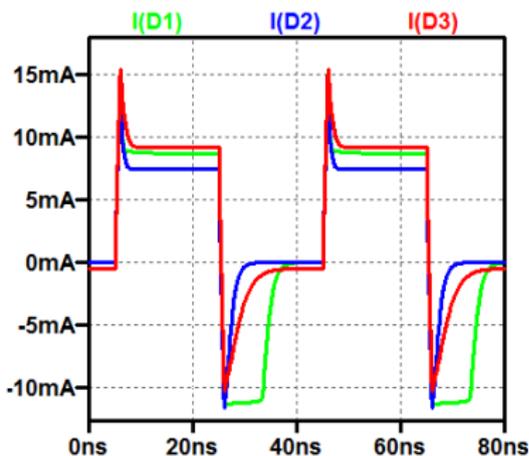
### Simulation des Schaltverhaltens



```
PULSE(-5V 5V 5ns 1ns 1ns 19ns 40ns 2)
```

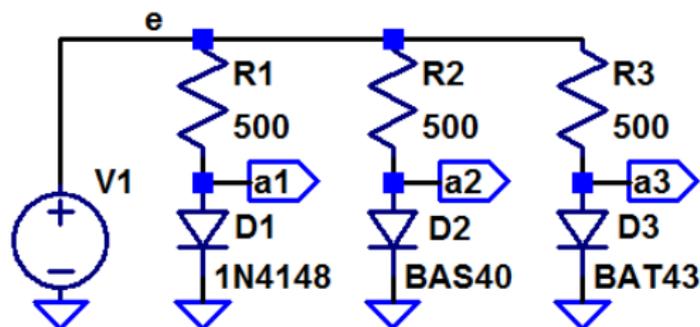
```
.model BAT43 D(IS=480.77E-6 N=4.9950 RS=40.150E-3
+ IKF=20.507 EG=.69 XTI=2 CJO=13.698E-12 M=.5
+ VJ=.38464 ISR=10.010E-21 FC=0.5 NR=4.9950 TT=0)
```

```
.model BAS40 D(IS=0 N=1 RS=0.1 TT=25p Cjo=4p
+ VJ=.5 M=.333 FC=0.5 Bv=40 lbv=10µ Isr=254f Nr=2
+ IKF=10m) .tran 80ns
```

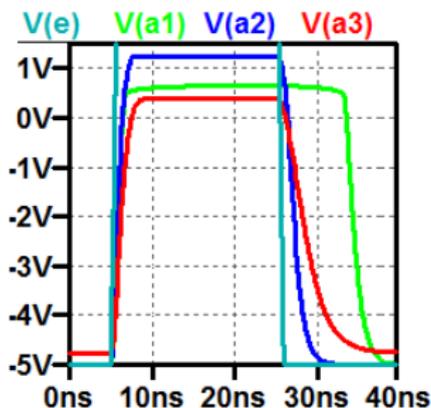


Schottky-Dioden haben nicht die charakteristische lange Ausschaltverzögerung von pn-Übergängen.

### Spannungsverlauf über der geschalteten Diode

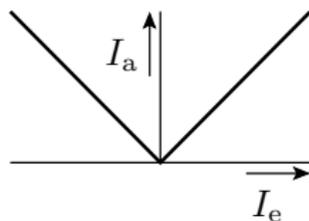
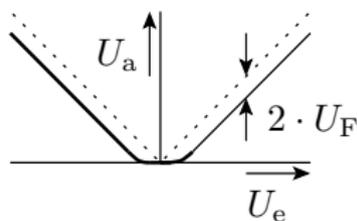
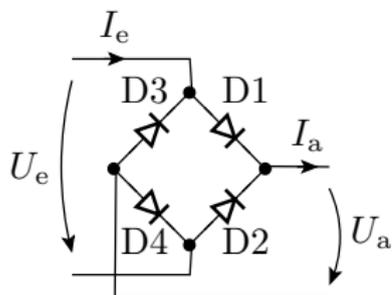


```
PULSE(-5V 5V 5ns 1ns 1ns 19ns 40ns 2)
.tran 80ns
```



Die Simulationsergebnisse sind nicht vollständig plausibel. Die BAS40 hat eine Flussspannung größer 1 V (sollte nicht mehr als 0,5 V sein) und bei der BAT43 fließt laut Simulation ein Sperrstrom von 0,5 mA (sollte null sein). Nicht jedes Bauteilmodell, das man irgendwo findet, liefert glaubhafte Werte. Nachmessen!

### Brückengleichrichter mit Schottky-Dioden



Mit dem vereinfachten Verhaltensmodell für Dioden aus Elektronik 1 und der Spannung als Ein- und Ausgabegröße:

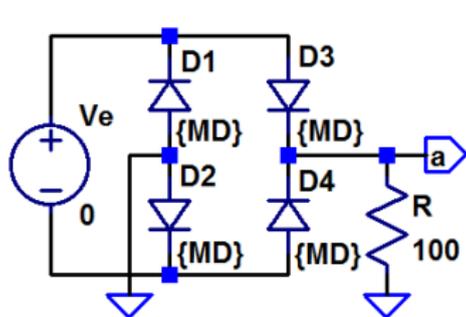
$$U_a \approx \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ |U_e| - 2 \cdot U_F & |U_e| > 2 \cdot U_F \end{cases}$$

( $U_F$  – Flussspannung). Mit Strom als Ein- und Ausgabe:

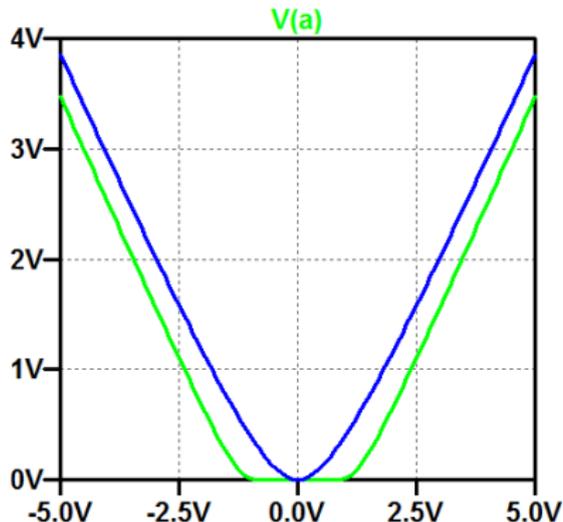
$$I_a = |I_e|$$

Exakte Betragsbildung, Einsatz als Messgleichrichter.

### Simulation der Übertragungsfunktion

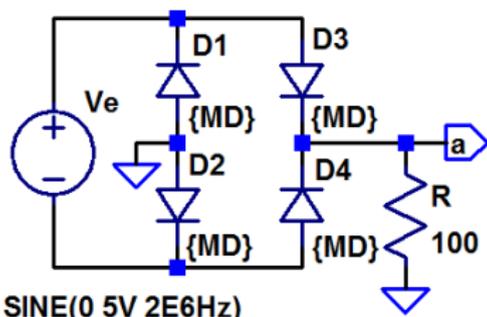


```
.include BAT43.lib
.model 1 ako:1N4148
.model 2 ako:BAT43
.step param MD list 1 2
.dc Ve -5V 5V 0.1V
```



Über den Schottky-Dioden (BAT43) fällt weniger Spannung ab.

### Zeitverhalten mit Schottky- und pn-Dioden



SINE(0 5V 2E6Hz)

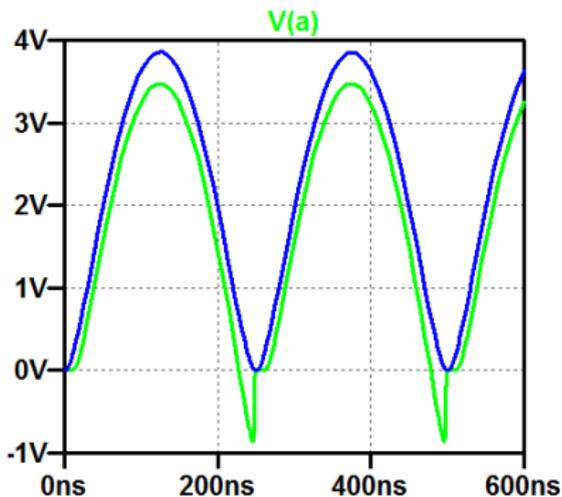
.include BAT43.lib

.model 1 ako:1N4148

.model 2 ako:BAT43

.step param MD list 1 2

.tran 600ns

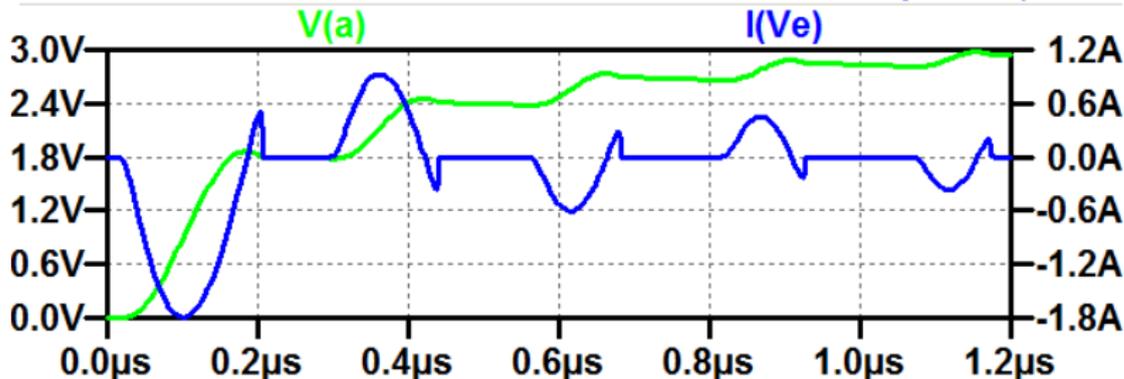
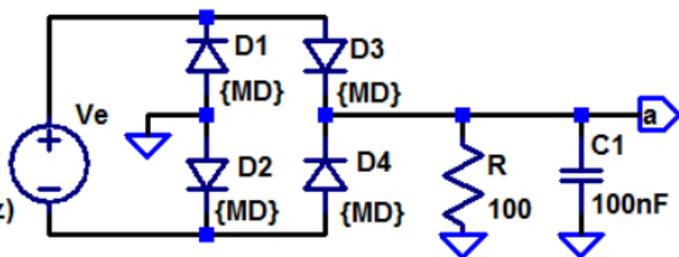


Bei hohen Frequenzen (hier 2 MHz) fließt durch die pn-Dioden nach jedem Polaritätswechsel aufgrund der Diffusionskapazität ein Strom in Sperrrichtung, bei Schottky-Dioden nicht.

### Brückengleichrichter mit Glättungskondensator

```

.include BAT43.lib
.model 1 ako:1N4148
.model 2 ako:BAT43
#step param MD list 1 2
.param MD 1
.tran 1200ns SINE(0 5V 2E6Hz)
    
```

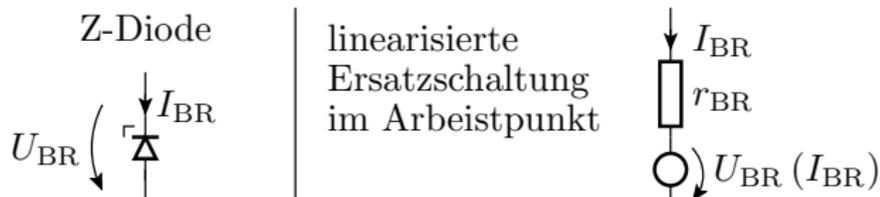




# Z-Dioden

### Z-Dioden

Dioden mit niedrigen Durchbruchspannungen zum Betrieb im Durchbruchbereich.



Durchbruchstrom und -spannung im Durchbruchbereich:

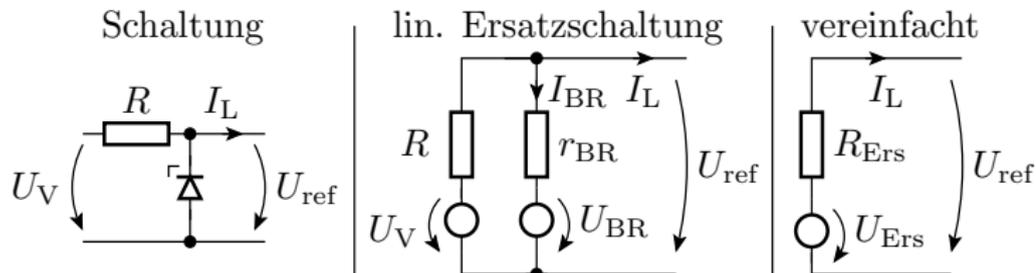
$$I_{BR} = I_{bv} \cdot e^{\frac{U_{BR} - R_s \cdot I_{BR} - BV}{U_T}}$$

$$U_{BR} = BV + R_s \cdot I_{BR} + U_T \cdot \ln \left( \frac{I_{BR}}{I_{bv}} \right)$$

Kleinsignalersatzwiderstand:

$$r_{BR} = \frac{U_T}{I_{BR}} + R_s$$

### Spannungsstabilisierung mit einer Z-Diode



$$U_{\text{Ers}} = U_{\text{BR}} + \frac{r_{\text{BR}}}{R + r_{\text{BR}}} \cdot (U_{\text{V}} - U_{\text{BR}})$$

$$r_{\text{Ers}} = R \parallel r_{\text{BR}} = R \parallel \left( \frac{U_{\text{T}}}{I_{\text{BR}}} + R_{\text{s}} \right)$$

- Hohe Konstanz der Ausgangsspannung verlangt kleinen  $r_{\text{BR}}$ .
- Kleiner  $r_{\text{BR}}$  verlangt einen Durchbruchstrom  $I_{\text{BR}} \gg \frac{U_{\text{T}}}{R_{\text{s}}}$ .

### Rauschen der stabilisierten Spannung

Effektivwerte der Rauschquellen:

- Wärmerauschen von  $R_S$  :

$$u_{\text{reff.}R_S} = \sqrt{2 \cdot k_B \cdot T \cdot R_S \cdot \Delta f}$$

- Stromrauschen der Z-Diode:

$$i_{\text{reff.}sd} = \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{BR} \cdot \Delta f}$$

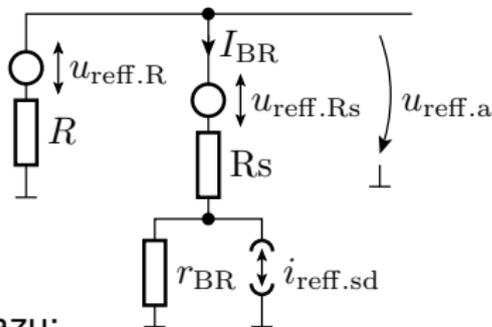
- äquivalentes Spannungsrauschen dazu:

$$u_{\text{reff.}sd} = r_{BR} \cdot i_{\text{reff.}sd} = \frac{U_T}{I_{BR}} \cdot \sqrt{2 \cdot q \cdot I_{BR} \cdot \Delta f} = \frac{k_B \cdot T \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta f}}{\sqrt{q \cdot I_{BR}}}$$

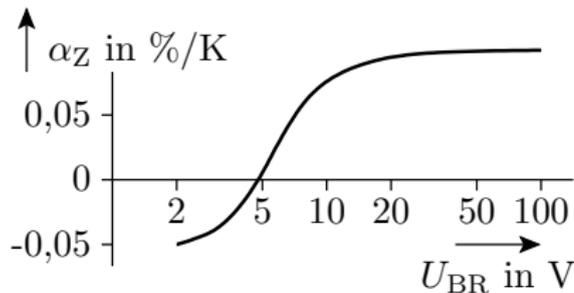
- Äquivalente Rauschspannung am Ausgang für  $R \gg r_{BR}$ :

$$\begin{aligned} u_{\text{reff.}a} &= \sqrt{u_{\text{reff.}R_S}^2 + (r_{BR} \cdot i_{\text{reff.}sd})^2} \\ &= \sqrt{2 \cdot k_B \cdot T \cdot R_S \cdot \Delta f + \frac{(k_B \cdot T)^2 \cdot 2 \cdot q \cdot \Delta f}{q \cdot I_{BR}}} \end{aligned}$$

Auch gegen Rauschen hilft ausreichender Durchbruchstrom  $I_{BR}$ .



### Durchbruchspannung abhängig von Temperatur



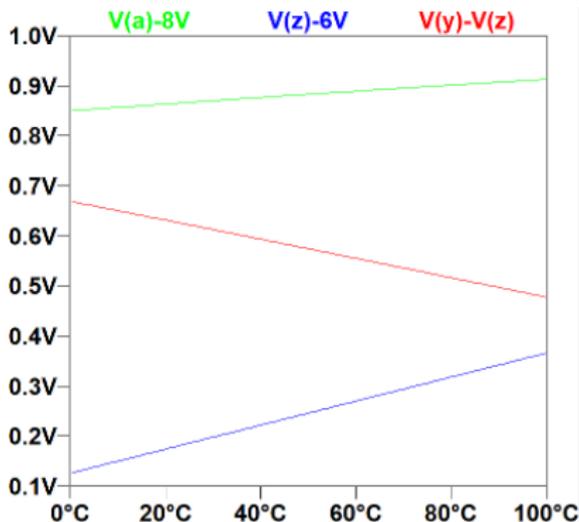
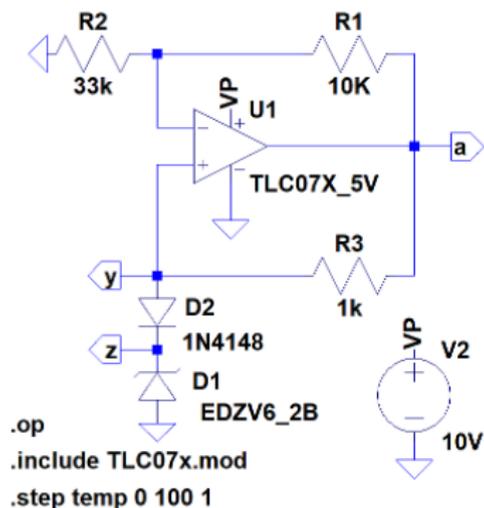
$$U_{BR} = U_{BR}(T_0) \cdot (1 + \alpha_Z \cdot (T - T_0))$$

$U_{BR}$  – Durchbruchspannung;  $T_0$  – Bezugstemperatur;  $\alpha_Z$  – Temperaturkoeffizient, für  $U_{BR} < 5 \text{ V}$  negativ, sonst positiv. Die Flussspannung von pn-Übergängen hat einen negativen betragsmäßig viel größeren Temperaturkoeffizient:

$$\left. \frac{dU_D}{dT} \right|_{I_D = \text{const.}} \approx -1,7 \text{ mV/K}$$

$$\alpha_Z = \frac{dU_D}{U_D \cdot dT} \approx -0,25\%/K$$

### Minderung der Temperaturabhängigkeit



Der OV hält den Strom durch D1 und D2 konstant und bildet

$$U_a = (U_{BR.D1} + U_{F.D2}) \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)$$

$U_{BR.D1}$  nimmt mit der Temperatur  $T$  zu und  $U_{F.D2}$  mit  $T$  ab.



# PIN-Diode



## PIN-Diode (Schichtfolge: p – intrinsisch – n)

Eine PIN-Diode hat eine undotierte Schicht zwischen dem p- und dem n-Gebiet. Diese erhöht die Transitzeit. Für Frequenzen  $f \gg \tau_t^{-1}$  verhält sich ein PIN-Diode wie ein gesteuerter Widerstand mit:

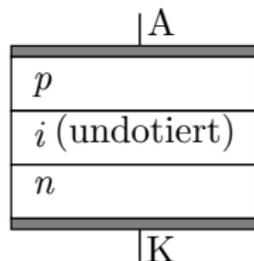
$$r_{D.Pin} \approx \frac{N \cdot U_T}{I_D}$$

( $\bar{I}_D$  – Gleichstrom durch die Diode). Große Sperrschichtbreite bedeutet, geringe Sperrschichtkapazität.

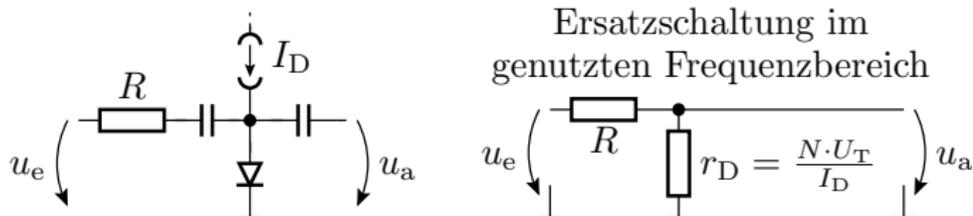
Beispielmodell:

```
.MODEL DRN142S4 D (IS=127pA N=1.7 RS=.16Ohm IKF=.14A
+ CJO=386fF M=.12 VJ=.79 ISR=139pA NR=3 BV=60 TT=275ns)
```

<sup>4</sup><http://w.rohem.com/web/in/products/-/product/RN142S>



### Spannungsteiler für Wechselspannungen

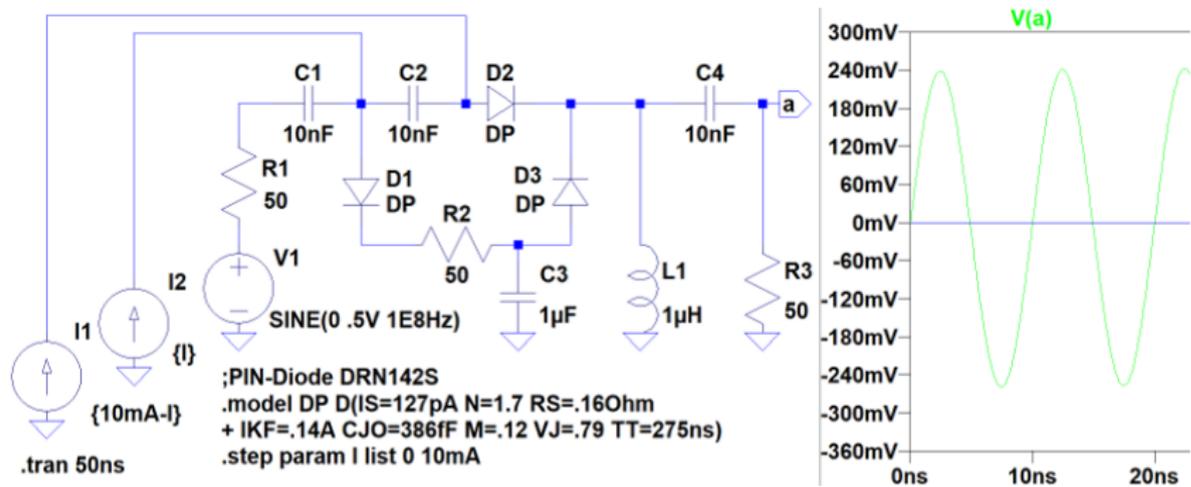


- Für hohe Frequenzen hat die PIN-Diode einen einstellbaren Widerstand. Mit  $I_D$  einstellbares Spannungsteilverhältnis:

$$u_a = \frac{N \cdot U_T}{N \cdot U_T + I_D \cdot R} \cdot u_e$$

- Weniger diodentypische Verzerrung für größer  $u_e$ -Amplituden als bei Dioden mit kurzer Transitzeit.

### $\pi$ -Dämpfungsglied mit 3 PIN-Dioden



- Bei  $I_2 = 10 \text{ mA}$  und  $I_1 = 0$  haben D1 und D3  
 $r_D \approx \frac{1,7 \cdot 26 \text{ mV}}{10 \text{ mA}} = 4,4 \Omega$  und D2 sperrt. Keine Signalweiterleitung.
- Bei  $I_2 = 0$  und  $I_1 = 10 \text{ mA}$  umgekehrt. Signal wird weitergeleitet.



# Kapazitätsdiode

## Kapazitätsdiode

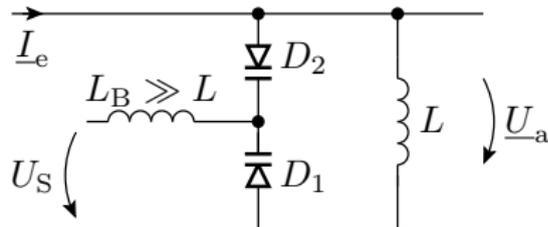
Annutzung der Sperrschichtkapazität:

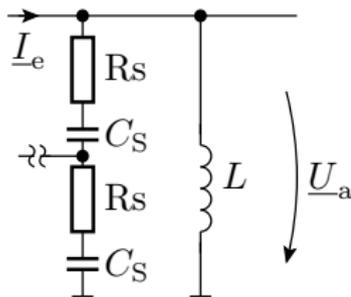
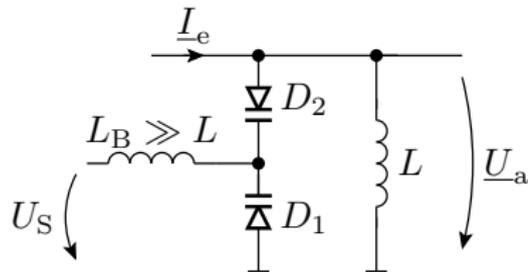
$$C_S = C_{j0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^M} \quad \text{für } U_S \geq 0$$

Kapazitätsdioden haben

- hyperabrupte Dotierung ( $M \approx 0,3 \dots 0,5$ )
- geringe Bahnwiderstände

Anwendung: Frequenzabstimmung von LC-Bandpässen und -Oszillatoren.





$$\begin{aligned} \frac{U_a}{I_e} = \underline{X} &= 2 \cdot \left( R_s + \frac{1}{j\omega C_s} \right) \parallel j\omega L \\ &= \frac{j\omega L - \omega^2 \cdot R_s \cdot LC_s}{1 + j\omega \cdot R_s \cdot C_s - \omega^2 \frac{LC_s}{2}} \end{aligned}$$

mit  $\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_s}}$  und  $Q = \frac{1}{R_s} \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_s}}$ :

$$\underline{X} = \frac{j\omega L \cdot \left( 1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} \right)}{1 + j \cdot \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$



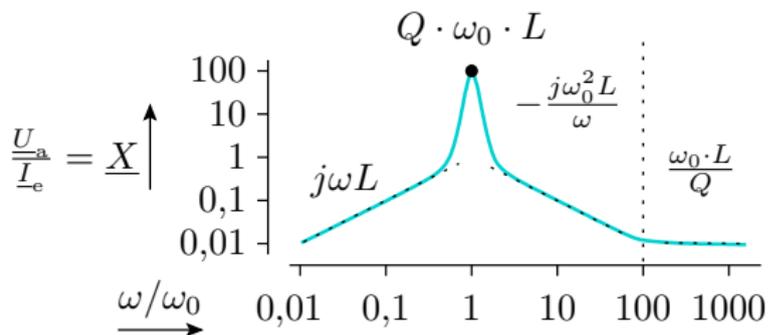
Abschätzung des Frequenzgangs für  $Q \gg 1$  d.h.  $R_B \ll \sqrt{\frac{L}{2 \cdot C_s}}$ :

	$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$	$\left(\frac{\omega}{\omega_0} = 1\right) \wedge (Q \gg 1)$	$\left(\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1\right) \wedge \left(\frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} \gg 1\right)$	$\frac{\omega}{\omega_0} \gg Q$
$\frac{U_a}{I_e}$	$j\omega L$	$\omega_0 L \cdot Q$	$-\frac{j\omega_0^2 L}{\omega}$	$\frac{\omega_0 \cdot L}{Q}$

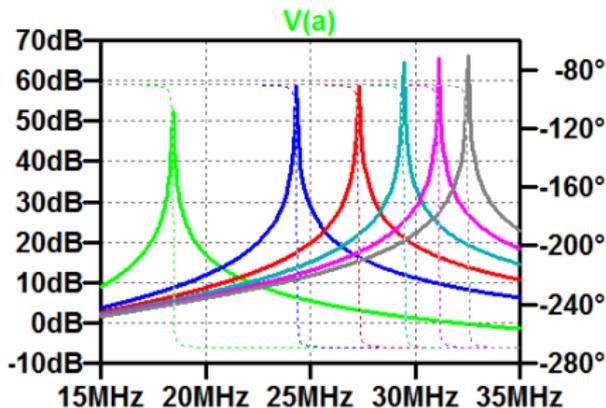
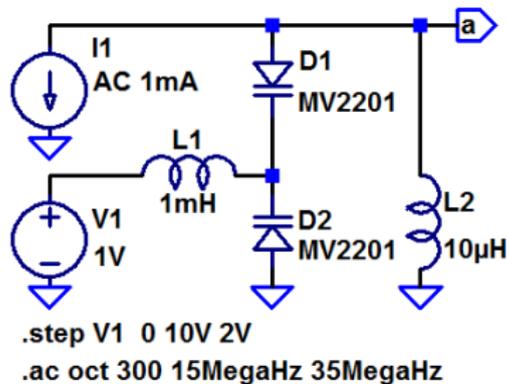
Resonanzfrequenz  $\omega_0 = f(U_S)$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC_s}} \text{ mit } C_s = C_{j0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^M}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{L \cdot C_{j0}} \cdot \left(1 + \frac{U_S}{V_j}\right)^{\frac{M}{2}}}$$



## Beispielsimulation



Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der Steuerspannung:

V1 in V	0	2	4	6	8	10
$f_0$ in MHz	18,43	24,31	27,35	29,46	31,14	32,53



### Literatur

- [1] U. Tietze, Ch. Schenk, and L. Dümbgen.  
*Halbleiterschaltungstechnik.*  
Springer, 2002.