Test und Verlässlichkeit
Grosse Übung

Prof. G. Kemnitz

Institut für Informatik, TU Clausthal (TV_GU1)

13. November 2024

Inhalt Große Übung

Modellbildung 1

Verlässlichkeit

Aufgabe 1.1: Verlässlichkeit, Service-Modell

a) *Auf welchen drei Ebenen erfolgt die Sicherung der Verlässlichkeit?*

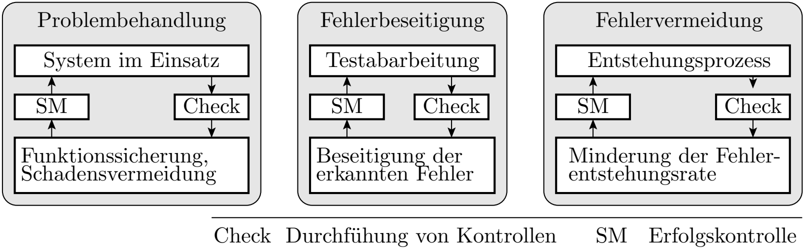
b) *Was ist eine Fehlerkultur? Was für eine Fehlerkultur unterstellt die Vorlesung und warum?*

c) *Ein Modell in der Informatik hebt die wesentlichen Aspekte hervor und vernachlässigt unwesentliche Details. Was sind wesentliche Aspekte und was sind vernachlässigte unwesentliche Details das Service-Modells?*

d) *Auf was für Systemtypen ist das Service-Modell anwendbar?*

e) *Was hat es mit der Kennzeichung »ACR« auf sich?*

a) *Auf welchen drei Ebenen erfolgt die Sicherung der Verlässlichkeit?*



- Überwachung und »Entschärfen« erkannter Probleme (Fehlfunktionen, Abstürze) während der Nutzung.
- Fehlerbeseitigung vor der Nutzung und in Nutzungspausen. Fehler definieren wir in Abgrenzung von Störungen als die beseitigbaren Ursachen von Fehlfunktionen und Abstürzen.
- Fehlervermeidung durch verbesserte Entstehungsprozesse. Iteration aus Überwachung von Zuständen, Zwischen- und Endergebnissen und Beseitigung erkannter Probleme.

b) *Was ist eine Fehlerkultur? Was für eine Fehlerkultur unterstellt die Vorlesung und warum?*

Fehlerkultur ist die Art und Weise, wie eine Kultur mit Fehlern und deren Folgen umgeht.

Idealisierte Fehlerkultur in der Vorlesung: Für alle erkannten Probleme laufen solange Beseitigungsversuche, bis sie nicht mehr erkennbar sind.

Wir betrachten oft nur den Endzustand nach Beseitigung aller erkennbaren Probleme, teilweise auch den Weg dahin und ignorieren

- Probleme, die bei vernünftigem Umgang nicht da sind,
- Kosten für die Beseitigung, Wirtschaftlichkeit,
- kulturelle Barrieren und Gepflogenheiten, ...

Erheblich einfacherere Modellierung als mit »Kulturfaktoren«.

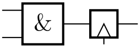
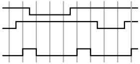
c) *Ein Modell in der Informatik hebt die wesentlichen Aspekte hervor und vernachlässigt unwesentliche Details. Was sind wesentliche Aspekte und was sind vernachlässigte unwesentliche Details das Service-Modells?*

Anforderung (SR) + Eingabe → Service → Ausgabe: NS, DS: CS oder MF

Wesentlich: Abzählbare Anzahl der Service-Anforderungen (SR), erbrachten Leistungen (DS), nicht erbrachten Leistungen (NS), korrekten Leistungen (CS) und Fehlfunktionen (MF).
Vernachlässigte Details: Funktion, Realisierung.

Das erlaubt, die positiven und negativen Ergebnisse zu zählen und Raten für deren Häufigkeit zu definieren und damit die einzelnen Teilaspekte der Verlässlichkeit (Verfügbarkeit, Zuverlässigkeit, ...) und die Wirksamkeit verlässlichkeitssichernder Massnahmen (Tests, Problembeseitigung, ...) quantitativ zu beschreiben.

d) *Auf was für Systemtypen ist das Service-Modell anwendbar?*

getaktete Digitalschaltung		

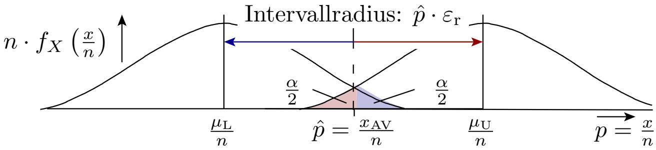
Programm mit EVA-Struktur	`uint8_t up(uint8_t a){`
	`return 23 * a;`
	`}`
		E: 10 101 ...
		A: 320 19 ...

Server	E: z.B. eine Datenbankanfrage A: Ergebnisdatensatz	
Fertigungsprozess	E: Fertigungsauftrag, Material, ... A: gefertigtes Produkt	
Entwurfsprozess	E: Entwurfsauftrag A: Entwurf	

Anwendbar auf alle Systeme, die auf Anforderung aus Eingaben Ausgaben erzeugen: Hardware, Software, Mechatronische Systeme, Entwurfsprozesse, Fertigungsprozesse incl. der für die Hardware, ...

E, A Eingabe, Ausgabe.

e) *Was hat es mit der Kennzeichung »ACR« auf sich?*



ACR: Brauchbare Schätzwerte nur bei geeigneten Zählwertgröße (Useful estimates only with appropriate counting ranges).

Unsere Kenngrößen für Verfügbarkeit, Zuverlässigkeit, Testgüte, Problembeseitigungserfolg, ... ergeben sich alle aus Zählwerten für zufällige Ereignisse (Ergebnis erbracht, richtig, falsch, ...).

Die beste Vorhersage der künftigen Häufigkeit zufälliger Ereignisse ist der Erwartungswert. Eine brauchbare Abschätzung von Erwartungswerten verlangt ausreichend große Zählwerte. Wie groß, behandelt erst Foliensatz 4.

Aufgabe 1.2: Verfügbarkeit, Problembehandlungsdauer

Eine Steuerung mit einer mittleren Zeit *zwischen* den Fehlfunktionen von zwei Jahren soll eine Verfügbarkeit von $1-10^{-6}$ haben. In 99% der Fälle startet das System ohne Reparatur und Korrektur automatisch neu und ist nach $t_{\mathrm{TS1}}=30\,\mathrm{s}$ wieder betriebsbereit und in 1% der Fälle muss zusätzlich die Steuerung getauscht werden. Andere Aspekte der Nichtverfügbarkeit bleiben unbeachtet.

$\bar{t}_{\mathrm{NoP}}=2\,\mathrm{Jahre}$, $A\geq 1-10^{-6}$, für 99% der MF automatische Fehlfunktionsbehandlung mit $t_{\mathrm{TS1}}=30\,\mathrm{s}$, 1% der MF durch Ausfall, Reparaturdauer t_{TS2}.

a) *Wie viel Zeit steht im Mittel für Problembehandlung zu Verfügung?*

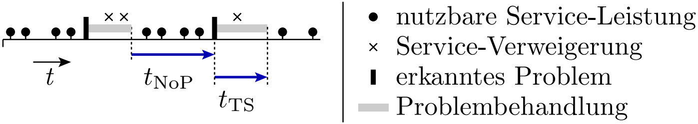
b) *Wie groß darf die mittlere Zeit $\bar{t}_{\mathrm{TS2}}$ für den Tausch der Steuerung betragen?*

c) *Wiederholen Sie die Abschätzung für eine geforderte Verfügbarkeit von nur $A=1-10^{-5}$?*

$\bar{t}_{\mathrm{NoP}} = 2\,\mathrm{Jahre}$, $A \geq 1 - 10^{-6}$, für 99% der MF automatische Fehlfunktionsbehandlung mit $t_{\mathrm{TS1}} = 30\,\mathrm{s}$, 1% der MF durch Ausfall, Reparaturdauer t_{TS2}.

a) *Wie viel Zeit steht im Mittel für Problembehandlung zu Verfügung?*

(1.2) $$A = \frac{\bar{t}_{\mathrm{NoP}}}{\bar{t}_{\mathrm{NoP}} + \bar{t}_{\mathrm{TS}}}$$



$$\bar{t}_{\mathrm{TS}} = \frac{\bar{t}_{\mathrm{NoP}}}{A} - \bar{t}_{\mathrm{NoP}} = \bar{t}_{\mathrm{NoP}} \cdot \left(\frac{1-A}{A}\right)$$
$$= 2\,\mathrm{Jahre} \cdot 10^{-6} = 31{,}54\,\mathrm{s}$$

$\bar{t}_{\mathrm{NoP}}$ Mittlere problemfreie Zeit.
t_{TS}, $\bar{t}_{\mathrm{TS}}$ Zeit und mittlere Zeit für die Problembehebung (troubleshooting).
A Verfügbarkeit (Availability).

$\bar{t}_{\mathrm{NoP}} = 2\,\mathrm{Jahre}$, $A \geq 1 - 10^{-6}$, für 99% der MF automatische Fehlfunktionsbehandlung mit $t_{\mathrm{TS1}} = 30\,\mathrm{s}$, 1% der MF durch Ausfall, Reparaturdauer t_{TS2}.

b) *Wie groß darf die mittlere Zeit $\bar{t}_{\mathrm{TS2}}$ für den Tausch der Steuerung betragen?*

$$\begin{aligned}\bar{t}_{\mathrm{TS}} &= 99\% \cdot t_{\mathrm{TS1}} + 1\% \cdot \bar{t}_{\mathrm{TS2}}\\ \bar{t}_{\mathrm{TS2}} &= \tfrac{\bar{t}_{\mathrm{TS}} - 99\% \cdot t_{\mathrm{TS1}}}{1\%}\\ &= 100 \cdot (31{,}54\,\mathrm{s} - 99\% \cdot 30\,\mathrm{s}) = 164\,\mathrm{s}\end{aligned}$$

Der Tausch einer Steuerung innerhalb von im Mittel 2,5 min verlangt eine Ersatzsteuerung vor Ort, die automatisch und ohne manuelle Unterstützung die Aufgaben der ausgefallenen Steuerung übernimmt.

$\bar{t}_{\mathrm{NoP}} = 2\,\mathrm{Jahre}$, $A \geq 1 - 10^{-6}$, für 99% der MF automatische Fehlfunktionsbehandlung mit $t_{\mathrm{TS1}} = 30\,\mathrm{s}$, 1% der MF durch Ausfall, Reparaturdauer t_{TS2}.

c) *Wiederholen Sie die Abschätzung für eine geforderte Verfügbarkeit von nur $A = 1 - 10^{-5}$?*

(1.2) $$A = \frac{\bar{t}_{\mathrm{NoP}}}{\bar{t}_{\mathrm{NoP}} + \bar{t}_{\mathrm{TS}}}$$

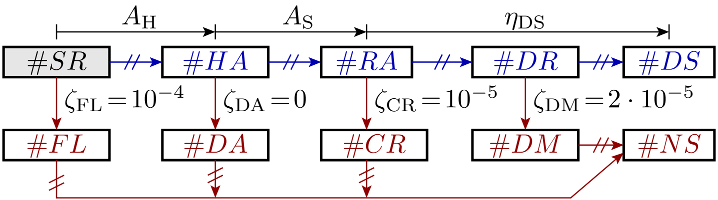
$$\bar{t}_{\mathrm{TS}} = \bar{t}_{\mathrm{NoP}} \cdot \left(\frac{1-A}{A}\right) = 315{,}4\,\mathrm{s}$$

Zehnfacher Wert gegenüber Aufgabenteil a.

$$\begin{aligned}\bar{t}_{\mathrm{TS2}} &= \frac{\bar{t}_{\mathrm{TS}} - 99\% \cdot t_{\mathrm{TS1}}}{1\%} \\ &= 100 \cdot (315{,}4\,\mathrm{s} - 99\% \cdot 30\,\mathrm{s}) \approx 8\,\mathrm{Stunden}\end{aligned}$$

Ein Tausch in 8 Stunden verlangt, dass 7 Tage pro Woche für 24 Stunden Reparaturpersonal bereit steht und die Ersatzsteuerung schnell beschaffbar ist.

Aufgabe 1.3: Verfügbarkeit, CVA-Graph

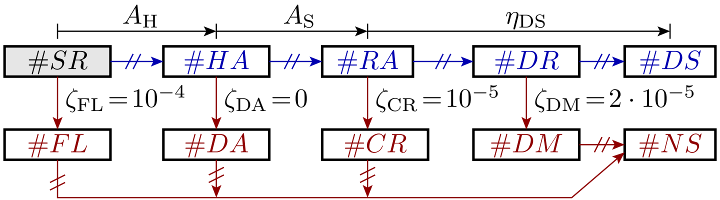


a) *Wie heißen die Zählwerte und Problemraten?*

b) *Wie groß sind die einzelnen Teilverfügbarkeiten?*

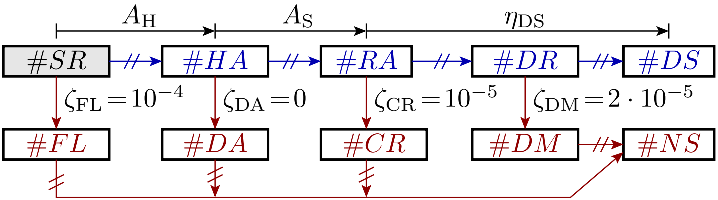
c) *Wie groß ist die Verfügbarkeit insgesamt?*

A_{H}	Hardware-Verfügbarkeit.
A_{S}	Service-Verfügbarkeit.
η_{DS}	Rate der erbrachen Service-Leistungen.



a) *Wie heißen die Zählwerte und Problemraten?*

$\#\langle evt\rangle$	Anzahl der Zählereignisse, $evt \in \{SR, HA, \ldots\}$.
SR, HA	Service-Anforderung, Hardware verfügbar.
RA, DR	Service-Anforderung akzeptiert, erbrachtes Ergebnis.
DS, NS	Erbrachte Service-Leistung, keine Service-Leistung.
FL, DA	Nichtverfügbarkeit wegen Hardware-Ausfall bzw. Annahmeverweigerung.
CR, DM	Nichtverfügbarkeit wegen Absturz bzw. erkannter Fehlfunktion.
ζ_{FL}, ζ_{DA}	HW-Nichtverfügbarkeitsrate, Service-Verweigerungsrate.
ζ_{CR}, ζ_{DM}	Absturzrate, Rate der erkannten Fehlfunktionen.



b) *Wie groß sind die einzelnen Teilverfügbarkeiten?*

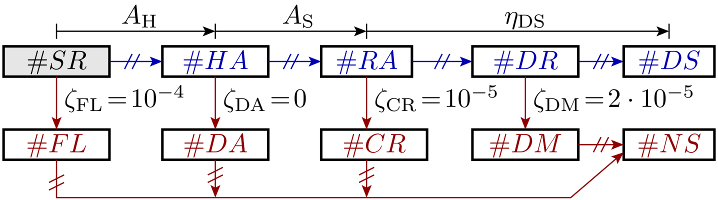
(1.3) $$A_{\mathrm{H}} = (1 - \zeta_{\mathrm{FL}}) + \zeta_{\mathrm{FL}} \cdot \nu_{\mathrm{FL}}$$

(1.4) $$A_{\mathrm{S}} = (1 - \zeta_{\mathrm{DA}}) + \zeta_{\mathrm{DA}} \cdot \nu_{\mathrm{DA}}$$

$$A_{\mathrm{H}} = (1 - \zeta_{\mathrm{FL}}) + \zeta_{\mathrm{FL}} \cdot 0 = 1 - 10^{-4} \ \left[\frac{\mathrm{HA}}{\mathrm{SR}}\right]$$

$$A_{\mathrm{S}} = (1 - 0) + 0 \cdot \ldots = 1 \ \left[\frac{\mathrm{RA}}{\mathrm{HA}}\right]$$

$$\eta_{\mathrm{DS}} = \left.\frac{\#DS}{\#RA}\right|_{\mathrm{ACR}} = (1 - \zeta_{\mathrm{CR}}) \cdot (1 - \zeta_{\mathrm{DM}}) = 1 - 3 \cdot 10^{-5} \ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{RA}}\right]$$



c) *Wie groß ist die Verfügbarkeit insgesamt?*

(1.5) $$A = A_{\mathrm{H}} \cdot A_{\mathrm{S}} \cdot \eta_{\mathrm{DS}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} A &= \left(1 - 10^{-4}\right) \left[\tfrac{\mathrm{HA}}{\mathrm{SR}}\right] \cdot 1 \left[\tfrac{\mathrm{RA}}{\mathrm{HA}}\right] \cdot \left(1 - 3 \cdot 10^{-5}\right) \left[\tfrac{\mathrm{DS}}{\mathrm{RA}}\right] \\ &= 1 - \left(10^{-4} - 3 \cdot 10^{-5}\right) \left[\tfrac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SR}}\right] \end{aligned}}$$

A_{H}	Hardware-Verfügbarkeit.
A_{S}	Service-Verfügbarkeit.
η_{DS}	Rate der erbrachen Service-Leistungen.

Aufgabe 1.4: Transistorausfall

Durch den Ausfall eines Transistors in einem Schaltkreis steigt die Fehlfunktionsrate eines Rechners von $\zeta_1 = 10^{-5}\ \left[\frac{\text{MF}}{\text{DS}}\right]$ auf $\zeta_2 = 10^{-4}\ \left[\frac{\text{MF}}{\text{DS}}\right]$.

a) *Wie hoch ist die Zuverlässigkeit des Rechners vor und nach dem Ausfall des Transistors?*

b) *Welche MF-Rate verursacht der ausgefallene Transistor?*

ζ	Fehlfunktionsrate.
$\left[\frac{\text{MF}}{\text{DS}}\right]$	Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.

Durch den Ausfall eines Transistors in einem Schaltkreis steigt die Fehlfunktionsrate eines Rechners von $\zeta_1 = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$ auf $\zeta_2 = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$.

a) *Wie hoch ist die Zuverlässigkeit des Rechners vor und nach dem Ausfall des Transistors?*

(1.9) $$\zeta_{[\mathrm{MT}]} = \frac{1}{R_{[\mathrm{MT}]}} = \left.\frac{\#NDM}{\#DS}\right|_{\mathrm{ACR}}$$

Vor dem Ausfall:

$$R_1 = \frac{1}{10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]} = 10^5\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

Nach dem Ausfall:

$$R_2 = \frac{1}{10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]} = 10^4\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

R	Zuverlässigkeit (Reliability).
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.

Durch den Ausfall eines Transistors in einem Schaltkreis steigt die Fehlfunktionsrate eines Rechners von $\zeta_1 = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$ auf $\zeta_2 = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$.

b) *Welche MF-Rate verursacht der ausgefallene Transistor?*

(1.11) $$\zeta_{[\mathrm{MT}]} = \sum_{i=1}^{\#MFC} \zeta_{[\mathrm{MT}].i}$$

MF-Rate des ausgefallenen Transistors:

$$\begin{aligned}
\zeta_2 &= \zeta_1 + \zeta_{\mathrm{Tr}}\\
\zeta_{\mathrm{Tr}} &= \zeta_2 - \zeta_1\\
&= 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right] - 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right] = 9\cdot 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]
\end{aligned}$$

ζ	Gesamte Fehlfunktionsrate (Total malfunction rate).
$\#MFC$	Anzahl MF-Klassen, hier MF durch ausgefallenen Transistor und sonstige MF.
ζ_i	MF-Rate der MF-Klasse i (MF rate of MF class i).
ζ_{Tr}	Fehlfunktionsrate verursacht durch den ausgefallenen Transistor.

Aufgabe 1.5: Zuverlässigkeit Gesamtsystem

Ein IT-System bestehe aus folgenden Komponenten:

Teilsystem	Rechner	Fest-platte	Stromver-sorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	R_{R}	R_{Disc}	R_{Power}	R_{others}
Wert in DS/MF	1000	500	700	2000

Die Anzahl zeitgleicher MF durch mehrere Teilsysteme und die Anzahl der MF eines Teilsystems ohne Gesamt-MF seien vernachlässigbar.

a) *Welche Zuverlässigkeit hat das Gesamtsystem?*

b) *Welche MF-Rate hat das Gesamtsystem?*

$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$ Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.

Ein IT-System bestehe aus folgenden Komponenten:

Teilsystem	Rechner	Fest-platte	Stromver-sorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	R_{R}	R_{Disc}	R_{Power}	R_{others}
Wert in DS/MF	1000	500	700	2000

a) *Welche Zuverlässigkeit hat das Gesamtsystem?*

(1.12) $$\frac{1}{R_{[\mathrm{MT}]}} = \sum_{i=1}^{\#MFC} \frac{1}{R_{[\mathrm{MT}].i}}$$

$$\boxed{R = \frac{1}{\frac{1}{1000} + \frac{1}{500} + \frac{1}{700} + \frac{1}{2000}} = 203 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]}$$

R Gesamtzuverlässigkeit (Total reliability).
$\#MFC$ Anzahl der MF-Klassen (Number of malfunction classes).
R_i Teilzuverlässigkeit (partitial reliability) von MF-Klasse i.

Ein IT-System bestehe aus folgenden Komponenten:

Teilsystem	Rechner	Fest-platte	Stromver-sorgung	sonstiges
Teilzuverlässigkeit	R_{R}	R_{Disc}	R_{Power}	R_{others}
Wert in DS/MF	1000	500	700	2000

b) *Welche MF-Rate hat das Gesamtsystem?*

(1.9) $$\zeta_{[\mathrm{MT}]} = \frac{1}{R_{[\mathrm{MT}]}} = \left.\frac{\#NDM}{\#DS}\right|_{\mathrm{ACR}}$$

$$\boxed{\zeta = \frac{1}{203\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]} = 4{,}93 \cdot 10^{-3}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]}$$

ζ Gesamte Fehlfunktionsrate (Total malfunction rate).
$\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$ Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.

Aufgabe 1.6: Zuverlässigkeit und Betriebssicherheit

Bei einem IT-System mit einer mittleren Zeit bis zur nächsten nicht erkannten Fehlfunktionen von 10^3 Stunden gefährdet im Mittel jede hundertste Fehlfunktion die Betriebssicherheit. Mittlere Service-Dauer $1\,\mathrm{h}$, Systemauslastung 100%. Sicherheitgefährdungen durch erkennbare Probleme (Ausfälle, Annahmeverweigerung, Absturz und erkannte MF vernachlässigbar.

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 10^3\,\mathrm{h}$, $\rho = 10^{-2}\ \left[\frac{\mathrm{SP}}{\mathrm{NDM}}\right]$, $\bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h}$, $\eta_{\mathrm{SU}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{S.OP}} = \zeta_{\mathrm{S.FL}} = 0$

a) *Zuverlässigkeit und Sicherheit?*

b) *Um welchen Faktor* ν *muss eine Sicherheitseinheit mit* $R_{\mathrm{SU}} = 5.000\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$ *den Anteil der sicherheitskritischen Fehlfunktionen mindestens reduzieren, zur Erhöhung der Sicherheit auf* $S_{\mathrm{SU}} = 10^6\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$*?*

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}}$, $\bar{t}_{\mathrm{S}}$	Mittlere Service-Zeit je nicht erkannte Fehlfunktion, mittlere Service-Dauer.
η_{SU}	Systemauslastungsrate.

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 10^3\,\mathrm{h}$, $\rho = 10^{-2}\,\left[\frac{\mathrm{SP}}{\mathrm{NDM}}\right]$, $\bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h}$, $\eta_{\mathrm{SU}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{S.OP}} = \zeta_{\mathrm{S.FL}} = 0$

a) *Zuverlässigkeit und Sicherheit?*

(1.10) $$R_{[\mathrm{MT}]} = \frac{\eta_{\mathrm{SU}} \cdot \bar{t}_{\mathrm{NDN}}}{\bar{t}_{\mathrm{S}}}$$

(1.24) $$S = \frac{R_{\mathrm{MT}}}{\rho}$$

$$R = \frac{10^3\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{h}} = 10^3\,\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$
$$S = \frac{R}{\rho} = 10^5\,\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$$

$R_{[\mathrm{MT}]}$	Zuverlässigkeit mit bzw. ohne Fehlfunktionsbehandlung.
ζ	Fehlfunktionsrate.
R	Zuverlässigkeit (Reliability).
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.
$\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$	Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 10^3\,\mathrm{h}$, $\rho = 10^{-2}\,\left[\frac{\mathrm{SP}}{\mathrm{NDM}}\right]$, $\bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h}$, $\eta_{\mathrm{SU}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{S.OP}} = \zeta_{\mathrm{S.FL}} = 0$

b) *Um welchen Faktor ν muss eine Sicherheitseinheit mit $R_{\mathrm{SU}} = 5.000\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$ den Anteil der sicherheitskritischen Fehlfunktionen mindestens reduzieren, zur Erhöhung der Sicherheit auf $S_{\mathrm{SU}} = 10^6\,\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$?*

(1.25) $$S_{\mathrm{SU}} = \frac{1}{(\zeta+\zeta_{\mathrm{SU}})\cdot\rho\cdot\nu}$$

$$\boxed{\#DS} \xrightarrow{\zeta+\zeta_{\mathrm{SU}}} \boxed{\#MF} \xrightarrow{\rho\cdot\nu} \boxed{\#SP_{\mathrm{MF}}}$$

$$\nu \le \frac{1}{S_{\mathrm{SU}}\cdot\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R_{\mathrm{SU}}}\right)\cdot\rho} = \frac{1}{10^6\cdot\left(\frac{1}{10^3}+\frac{1}{5\cdot 10^3}\right)\cdot 1\%} = \frac{1}{12}$$

Die Sicherheitseinheit muss bewirken, dass im Mittel von zuvor 12 nur noch ein Problem sicherheitskritisch bleibt.

$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$ Verhältnis in erbrachten Service-Leistungen je sicherheitsgefährdende Fehlfunktion.

MF-Beseitigung

Aufgabe 1.7: Kenngrößen Überwachung

Bei 10^5 erbrachten Service-Leitungen sind 10^3 Fehlfunktionen und 100 Abstürze aufgetreten. Von den Fehlfunktionen hat die Kontrolle 600 erkannt hat. Von den korrekte Service-Leistungen hat die Kontrolle 10 als Fehlfunktionen ausgewiesen.

$\#DS = 10^5$, $\#MF = 10^3$, $\#CR = 10^2$, $\#DM = 600$, $\#PM = 10$

a) *Tragen Sie die gegebenen Zählwerte in einen angepassten CVA-Graphen ein mit zusätzlichen Zählfeldern für akzeptierte Anforderungen (RA), erbrachte Ergebnisse (DR), korrekte Ergebnisse (CR) und nicht erkannte Fehlfunktionen (NDM) ein.*

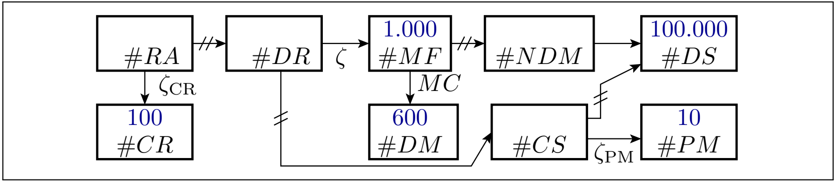
b) *Wie groß sind Fehlfunktionsüberdeckung und Phantomfehlfunktionsrate der Überwachung?*

c) *Wie groß sind Zuverlässigkeit und Erbringungsrate?*

$\#DS$	Anzahl der erbrachten Service-Leistungen.
$\#MF$	Anzahl der Fehlfunktionen (Number of malfunctions).
$\#DM$	Anzahl der erkannten Fehlfunktionen (Number of detected MFs).
$\#PM$	Anzahl der Phantom-MF, d.h. der korrekten DS, die als MF klassifiziert werden.

$\#DS = 10^5$, $\#MF = 10^3$, $\#CR = 10^2$, $\#DM = 600$, $\#PM = 10$

a) *Tragen Sie die gegebenen Zählwerte in einen angepassten CVA-Graphen ein mit zusätzlichen Zählfeldern für akzeptierte Anforderungen (RA), erbrachte Ergebnisse (DR), korrekte Ergebnisse (CR) und nicht erkannte Fehlfunktionen (NDM) ein.*



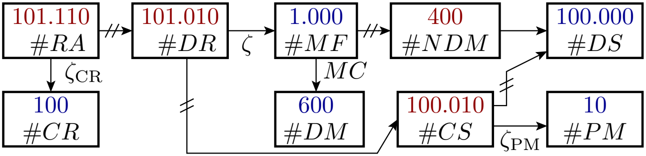
$\#DS$	Anzahl der erbrachten Service-Leistungen.
$\#MF$	Anzahl der Fehlfunktionen (Number of malfunctions).
$\#DM$	Anzahl der erkannten Fehlfunktionen (Number of detected MFs).
$\#PM$	Anzahl der Phantom-MF, d.h. der korrekten DS, die als MF klassifiziert werden.
$\#CR$	Zählwert der Abstürze.
MC, ζ_{PM}	Fehlfunktionsabdeckung, Phantomfehlfunktionsrate.
ζ_{CR}, ζ	Absturzrate, Fehlfunktionsrate.

$\#DS = 10^5$, $\#MF = 10^3$, $\#CR = 10^2$, $\#DM = 600$, $\#PM = 10$

b) *Wie groß sind Fehlfunktionsüberdeckung und Phantomfehlfunktionsrate der Überwachung?*

(1.26) $$MC = \left.\frac{\#DM}{\#MF}\right|_{\mathrm{ACR}}$$

(1.27) $$\zeta_{\mathrm{PM}} = \left.\frac{\#PM}{\#CS}\right|_{\mathrm{ACR}}$$



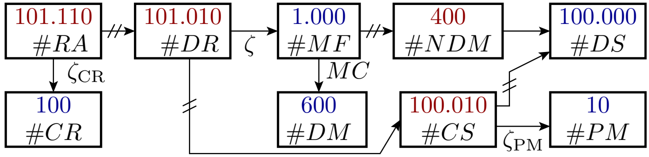
$$MC = \frac{600\ [\mathrm{DM}]}{1000\ [\mathrm{MF}]} = 60\%$$

$$\zeta_{\mathrm{PM}} = \left.\frac{\#PM}{\#CS}\right|_{\mathrm{ACR}} = \frac{10\ [\mathrm{PM}]}{100.010} = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{PM}}{\mathrm{DS}}\right]$$

$\#DS = 10^5$, $\#MF = 10^3$, $\#CR = 10^2$, $\#DM = 600$, $\#PM = 10$

c) *Wie groß sind Zuverlässigkeit und Erbringungsrate?*

(1.8) $R_{[\mathrm{MT}]} = \left.\frac{\#DS}{\#NDM}\right|_{\mathrm{ACR}}$



$$\eta_{\mathrm{DS}} = \left.\frac{\#DS}{\#RA}\right|_{\mathrm{ACR}} = \frac{100.000}{101.110} = 98{,}9\%$$

$$R_{\mathrm{MT}} = \left.\frac{\#DS}{\#NDM}\right|_{\mathrm{ACR}} = \frac{100.000}{400} = 250$$

η_{DS}	Rate der erbrachen Service-Leistungen.
R_{MT}	Zuverlässigkeit mit Fehlfunktionsbehandlung.
ACR	Brauchbare Schätzwerte nur bei geeigneten Zählwertgrößen.

Aufgabe 1.8: Übertragung mit Wiederholung nach MF

Datenübertragung mit Fehlfunktionsrate 10^{-6} $\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$ und 8 redundanten Bits je Datensatz. Verfälschung werden gleichhäufig auf alle darstellbaren Werte verteilt und Erkennung aller unzulässigen Werte. Max. eine Wiederholung nach erkannten Problemen. MF-Usache zu 100% Störungen. Ausfälle sollen nicht betrachtet werden.

$\zeta = 10^{-6}$ $\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $r = 8$, $\eta_{\mathrm{Div}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{PM}} = \zeta_{\mathrm{CR}} = 0$.

a) *Fehlfunktionsüberdeckung?*

b) *Zuverlässigkeit ohne und mit Fehlfunktionsbehandlung?*

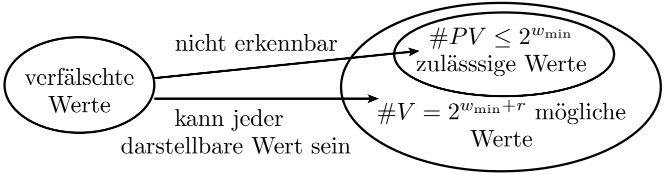
c) *Erbringungsrate ohne und mit max. einer Wiederholanforderung bei Empfang einer erkannten verfälschten Nachricht?*

d) *Erforderliche Anzahl der redundanten Datenbits zur Erhöhung der Zuverlässigkeit auf* 10^{10} *übertragene Datensätze je nicht erkannte Datenverfälschung?*

ζ_{CR}, ζ	Absturzrate, Fehlfunktionsrate.
r	Anzahl der redundanten Bits.

$\zeta = 10^{-6}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $r = 8$, $\eta_{\mathrm{Div}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{PM}} = \zeta_{\mathrm{CR}} = 0$.

a) *Fehlfunktionsüberdeckung?*



(1.35) $$MC \geq 1 - 2^{-r}$$

$$MC = 1 - 2^{-8} = 99{,}61\%$$

η_{Div}	Diversitätsrate, Anteil der nicht übereinstimmenden MF bei Mehrfachberechnung.
ζ_{PM}	Phantom-Fehlfunktionsrate.
$\#VP, \#PP$	Anzahl der gültigen Bitmuster, Anzahl der darstellbaren Bitmuster.
MC, r	Fehlfunktionsabdeckung, Anzahl der redundanten Bits.
$w_{\min}$	Erforderliche Bitanzahl zu Unterscheidung aller zuslässigen Werte.

$\zeta = 10^{-6}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $r = 8$, $\eta_{\mathrm{Div}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{PM}} = \zeta_{\mathrm{CR}} = 0$.

b) *Zuverlässigkeit ohne und mit Fehlfunktionsbehandlung?*

(1.9) $$\zeta_{[\mathrm{MT}]} = \frac{1}{R_{[\mathrm{MT}]}} = \left.\frac{\#NDM}{\#DS}\right|_{\mathrm{ACR}}$$

(1.36) $$R_{\mathrm{MT}} = 2^r \cdot R$$

$$R = \frac{1}{\zeta} = \frac{1}{10^{-6}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]} = 10^6\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

$$R_{\mathrm{MT}} = 2^8 \cdot 10^6\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right] = 2{,}56 \cdot 10^8\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

$R_{[\mathrm{MT}]}$	Zuverlässigkeit mit bzw. ohne Fehlfunktionsbehandlung.
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.

$\zeta = 10^{-6}\ \left[\frac{\text{MF}}{\text{DS}}\right]$, $r = 8$, $\eta_{\text{Div}} = 1$, $\zeta_{\text{PM}} = \zeta_{\text{CR}} = 0$.

c) *Erbringungsrate ohne und mit max. einer Wiederholanforderung bei Empfang einer erkannten verfälschten Nachricht?*

(1.28) $\eta_{\text{DS}} = (1 - \zeta_{\text{CR}}) \cdot (1 - \zeta_{\text{SMF}})$ mit $\zeta_{\text{SMF}} = \zeta_{\text{PM}} + \zeta \cdot MC - \zeta \cdot \zeta_{\text{PM}}$

(1.41) $\eta_{\text{DS.SR}} = \eta_{\text{DS}} \cdot (1 + (1 - \eta_{\text{DS}}) \cdot \eta_{\text{Div}})$

Erbringungsrate ohne Wiederholanforderung:

$$\eta_{\text{DS}} = 1 - \zeta \cdot MC = 1 - 10^{6}\ \left[\frac{\text{DS}}{\text{MF}}\right] \cdot \left(1 - 2^{-8}\right) = 1 - 10^{6}\ \left[\frac{\text{DS}}{\text{MF}}\right]$$

Erbringungsrate bei max. einer Wiederholanforderung:

$$\eta_{\text{DS.SR}} = \left(1 - 10^{6}\right) \cdot \left(1 + 10^{6}\right) = 1 - 10^{12}$$

η_{DS} Rate der erbrachen Service-Leistungen.

$\eta_{\text{DS.SR}}$ Erbringungsrate bei max. einer Wiederholung nach Nichterbringung.

$\zeta = 10^{-6}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $r = 8$, $\eta_{\mathrm{Div}} = 1$, $\zeta_{\mathrm{PM}} = \zeta_{\mathrm{CR}} = 0$.

d) *Erforderliche Anzahl der redundanten Datenbits zur Erhöhung der Zuverlässigkeit auf 10^{10} übertragene Datensätze je nicht erkannte Datenverfälschung?*

(1.36) $$R_{\mathrm{MT}} = 2^r \cdot R$$

$$r = -\log_2\left(\frac{R_{\mathrm{MT}}}{R}\right) = -\log_2\left(\frac{10^{10}}{10^6}\right) \geq 13{,}3$$

Mindestens $r = 14$ redundante Bits.

Aufgabe 1.9: Mehrheitsentscheid

Alle drei Einzelsysteme haben die übereinstimmende Absturzrate $\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}$ und MF-Raten $\zeta = 10^{-4}$. 75% der Fehlfunktionen entstehen durch Störungen und sind diversitär. Die restlich 25% der Fehlfunktionen werden durch Fehler verursacht und sind nur zu 60% diversitär. Nicht erbrachte Leistungen sind mit 5% und nicht erkannten Fehlfunktionen mit 1% sicherheitsgefährdent.

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%, \rho = 1\%$

a) *Wiederholung des CVA-Graphen aus der Vorlesung?*

b) *Erbringungsrate?*

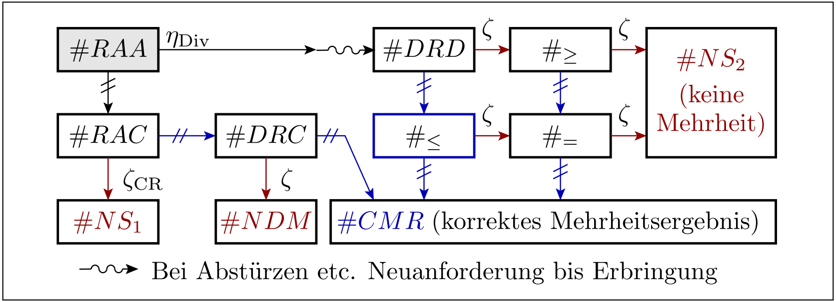
c) *Zuverlässigkeit?*

d) *Sicherheit?*

η_{DS}	Rate der erbrachen Service-Leistungen.
η_{Div}	Diversitätsrate, Anteil der nicht übereinstimmenden MF bei Mehrfachberechnung.
$\zeta_{\mathrm{CR}}, \zeta$	Absturzrate, Fehlfunktionsrate.
ρ	Anteil sicherheitskritischer Fehlfunktionen an den nicht erkannten Fehlfunktionen.

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%, \rho = 1\%$

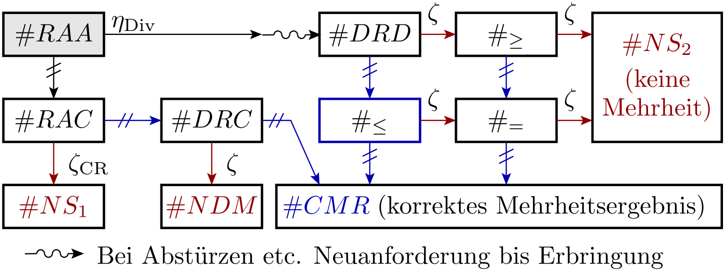
a) *Wiederholung des CVA-Graphen aus der Vorlesung?*



RAA	Alle drei Service-Anforderungen akzeptiert.
RAC	Alle drei Anforderungen akzeptiert, mögliche Probleme haben gemeinsame Ursache.
RAD	Alle drei Anforderungen akzeptiert, mögliche Probleme haben diversitäre Ursachen.
DRC	Alle drei Ergebnis erbracht, mögliche Fehlfunktionen haben gemeinsame Ursache.
DRD	Alle drei Ergebnis erbracht, mögliche Fehlfunktionen haben diversitäre Ursachen.
NDM, NS	Nicht erkannte Fehlfunktion, keine Service-Leistung.
$\#_{\geq}$, $\#_{\leq}$, $\#_{=}$	Mindestens, maximal bzw. genau eine Fehlfunktion bei zwei Berechnungen.

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%, \rho = 1\%$

b) *Erbringungsrate?*



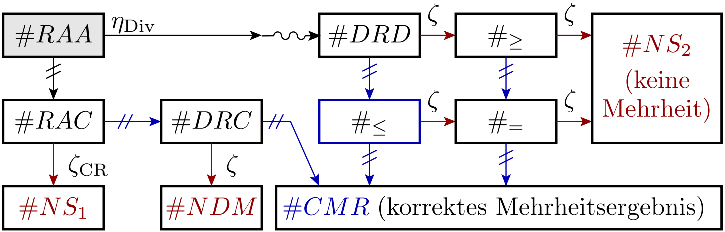
(1.44) $$\eta_{\mathrm{DS}} = 1 - \eta_{\mathrm{Div}} \cdot \left(3 \cdot \zeta^2 - 2 \cdot \zeta^3\right) + (1 - \eta_{\mathrm{Div}}) \cdot \zeta_{\mathrm{CR}}$$

$$\eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\% = 90{,}6\%$$

$$\eta_{\mathrm{DS}} = 1 - (1 - 90{,}6\%) \cdot 10^{-5} = 1 - 9{,}4 \cdot 10^{-7}$$

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%,\ \rho = 1\%$

c) *Zuverlässigkeit?*



⟶ Bei Abstürzen etc. Neuanforderung bis Erbringung

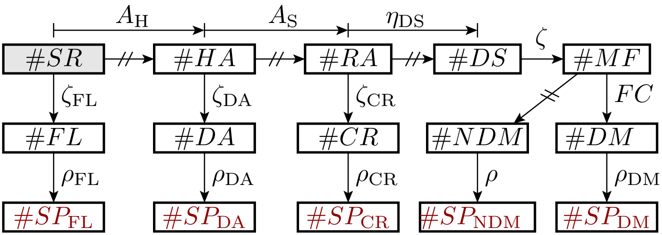
(1.45)
$$R_{\mathrm{MV}} = \frac{\eta_{\mathrm{DS}}}{\eta_{\mathrm{NDM}}} = \frac{1-\eta_{\mathrm{Div}}\cdot\left(3\cdot\zeta^2-2\cdot\zeta^3\right)+(1-\eta_{\mathrm{Div}})\cdot\zeta_{\mathrm{CR}}}{(1-\eta_{\mathrm{Div}})\cdot(1-\zeta_{\mathrm{CR}})\cdot\zeta}$$

$$R_{\mathrm{MV}} = \frac{1-(1-90{,}6\%)\cdot 10^{-5}}{(1-90{,}6\%)\cdot(1-10^{-5})\cdot 10^{-4}} = \frac{1}{(1-90{,}6\%)\cdot 10^{-4}} = 1{,}06\cdot 10^{5}\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{NDM}}\right]$$

R_{MV} Zuverlässigkeit Gesamtsystem mit Mehrheitsentscheid.

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%,\ \rho = 1\%$

d) *Sicherheit?*



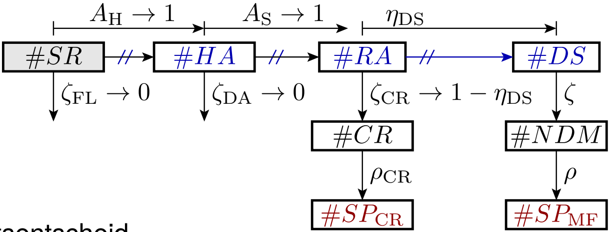
Für A_{H}, A_{S}und η_{DS} nahe eins:

(1.23) $\zeta_{\mathrm{S}} = \zeta_{\mathrm{FL}} \cdot \rho_{\mathrm{FL}} + \zeta_{\mathrm{DA}} \cdot \rho_{\mathrm{DA}} + \zeta_{\mathrm{CR}} \cdot \rho_{\mathrm{CR}} + \zeta \cdot (FC \cdot \rho_{\mathrm{DM}} + (1 - FC) \cdot \rho)$

SR, FL	Service-Anforderung, Hardware ausgefallen.
HA, DA	Harware verfügbar, Annahme verweigert.
RA, CR	Anforderung akzeptiert, Absturz.
DS, MF	Erbrachte Leistung, Fehlfunktion.

$\zeta_{\mathrm{CR}} = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{RA}}\right], \zeta = 10^{-4}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right], \eta_{\mathrm{Div}} = 75\% \cdot 1 + 25\% \cdot 60\%,$
$\rho_{\mathrm{CR}} = 5\%,\ \rho = 1\%$

d) *Sicherheit?*



Mehrheitsentscheid

- Versagen durch Abstürze $\eta_{\mathrm{CR}} \to 1 - \eta_{\mathrm{DS}}$
- nicht erkannte und korrigierte Fehlfunktionen: $\zeta \to \frac{1}{R_{\mathrm{MT}}}$

$$\zeta_{\mathrm{S}} = (1 - \eta_{\mathrm{DS}}) \cdot \rho_{\mathrm{CR}} + \eta_{\mathrm{DS}} \cdot \frac{1}{R_{\mathrm{MT}}} \cdot \rho$$
$$= 9{,}4 \cdot 10^{-7} \cdot 5\% + \frac{1-9{,}4\cdot 10^{-7}}{1{,}06\cdot 10^{5}} \cdot 1\% = 1{,}4 \cdot 10^{7}$$

Aufgabe 1.10: Sicherheitserhöhung durch MF-Behandlung

Bei einem IT-System mit einer mittleren Nutzungsdauer zwischen zwei MF von 2500 Stunden, einer mittleren Service-Dauer von einer Stunde, Systemauslastung 40% gefährde abschätzungsweise jede hundertste MF die Betriebssicherheit. Um die Betriebssicherheit auf $10^6\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$ zu erhöhen, soll das System um eine MF-Behandlung erweitert werden, die es bei Erkennen einer Fehlfunktion in einen sicheren Zustand überführt.

$$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 2.500\,\mathrm{h},\ \bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h},\ \eta_{\mathrm{SU}} = 40\%,\ \rho = 1\%,\ S = 10^6\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$$

a) *Erforderliche Fehlfunktionsüberdeckung, wenn beim Überführen in den sicheren Zustand keine Fehlfunktionen auftreten?*

b) *Erforderliche Fehlfunktionsüberdeckung, wenn im Mittel jeder 20te Versuch, einen sicheren Zustand herzustellen, scheitert?*

c) *In welchem mittleren zeitlichen Abstand wird ein sicherer Zustand hergestellt, ohne dass die Betriebssicherheit gefährdet ist?*

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}}$, $\bar{t}_{\mathrm{S}}$	Mittlere Service-Zeit je nicht erkannte Fehlfunktion, mittlere Service-Dauer.
η_{SU}, S	Systemauslastungsrate, Sicherheit.
ρ	Anteil sicherheitskritischer Fehlfunktionen an den nicht erkannten Fehlfunktionen.
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$	Verhältnis in erbrachten Service-Leistungen je sicherheitsgefährdende Fehlfunktion.

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 2.500\,\mathrm{h}$, $\bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h}$, $\eta_{\mathrm{SU}} = 40\%$, $\rho = 1\%$, $S = 10^6 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$

a) *Erforderliche Fehlfunktionsüberdeckung, wenn beim Überführen in den sicheren Zustand keine Fehlfunktionen auftreten?*

(1.10) $$R_{[\mathrm{MT}]} = \frac{\eta_{\mathrm{SU}} \cdot \bar{t}_{\mathrm{NDN}}}{\bar{t}_{\mathrm{S}}}$$

Sicherheitskritische Probleme nur durch nicht erkannte Fehlfunktionen:

$$S = \frac{1}{\rho \cdot \zeta \cdot (1 - MC)} = \frac{R}{\rho \cdot (1 - MC)}$$

$$R = \frac{40\% \cdot 2.500\,\mathrm{h}}{1\,\mathrm{h}} = 1000$$

$$MC = 1 - \frac{R}{\rho \cdot S} = 1 - \frac{1000}{1\% \cdot 10^6} = 90\%$$

R	Zuverlässigkeit (Reliability).
MC	Fehlfunktionsabdeckung (malfunction coverage), Anteil nachweisbare Fehlfunktionen.

$\bar{t}_{\text{NDM}} = 2.500\,\text{h}$, $\bar{t}_{\text{S}} = 1\,\text{h}$, $\eta_{\text{SU}} = 40\%$, $\rho = 1\%$, $S = 10^6\ \left[\frac{\text{DS}}{\text{SP}}\right]$

b) *Erforderliche Fehlfunktionsüberdeckung, wenn im Mittel jeder 20te Versuch, einen sicheren Zustand herzustellen, scheitert?*

Potentielle sicherheitskritische Probleme zusätzlich für jede zwanzigste, d.h. 5% der erkannten Fehlfunktionen:

$$S = \frac{1}{\rho\cdot(\zeta\cdot(1-MC)+5\%\cdot\zeta\cdot MC)} = \frac{R}{\rho\cdot((1-MC)+5\%\cdot MC)}$$

$$MC = \frac{1-\frac{R}{\rho\cdot S}}{95\%} = \frac{90\%}{95\%} = 94{,}7\%$$

Überschlag zur Kontrolle: Statt 1 von 10 darf etwa nur 1 von 20 Fehlfunktionen unerkannt bleiben.

$\bar{t}_{\mathrm{NDM}} = 2.500\,\mathrm{h}$, $\bar{t}_{\mathrm{S}} = 1\,\mathrm{h}$, $\eta_{\mathrm{SU}} = 40\%$, $\rho = 1\%$, $S = 10^6\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{SP}}\right]$

c) *In welchem mittleren zeitlichen Abstand wird ein sicherer Zustand hergestellt, ohne dass die Betriebssicherheit gefährdet ist?*

Ein sicherer Zustand wird für 95% der erkannten Fehlfunktionen, d.h. für

$$MC \cdot 95\% = 90\%$$

aller Fehlfunktionen hergestellt. Mittlerer Zeitabstand:

$$\bar{t}_{\mathrm{NDM}}/90\% = 2778\,\mathrm{h}$$

In 99% der Fälle ist die Fehlfunktion nicht sicherheitskritisch. Mittlere Zeit zwischen dem Herstellen eines sicheren Zustands ohne Gefährdung der Betriebssicherheit:

$$2778\,\mathrm{h}/99\% = 2800\,\mathrm{h}$$

Modellbildung 2

Fehlerbeseitigung

Aufgabe 2.1: Fehler und Störungen

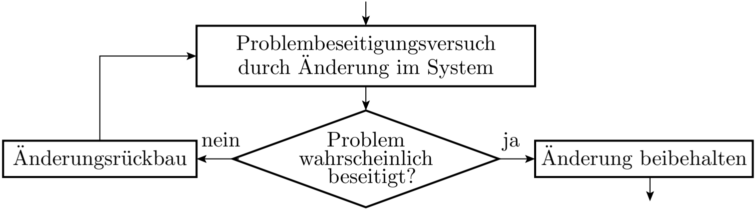
a) *Warum ist es viel einfacher, Fehlfunktionen durch Störungen zu korrigieren als solche, die durch Fehler verursacht werden?*

b) *Warum ist es bei der Beseitigung der Ursachen genau umgekehrt, dass sich Fehler gut beseitigen lassen, aber die Beseitigung von Störquellen erheblich schwieriger ist?*

a) *Warum ist es viel einfacher, Fehlfunktionen durch Störungen zu korrigieren als solche, die durch Fehler verursacht werden?*

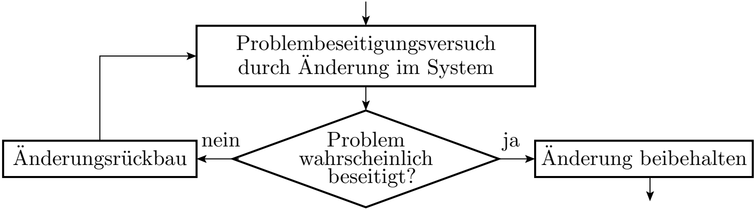
Störungen wirken diversitär. Eine erkannte Fehlfunktion durch eine Störung lässt sich in der Regel durch eine Wiederholanforderung der Service-Leistung mit gleichen Eingaben korrigieren. Bei Fehlern ist man bestrebt, Systeme so zu bauen, dass bei Wiederholung genau dasselbe Problem wieder sichbar wird. Problemumgehung verlangt »Andersartigkeit« der Neuberechung. Aufwändig und oft unwirksam.

b) *Warum ist es bei der Beseitigung der Ursachen genau umgekehrt, dass sich Fehler gut beseitigen lassen, aber die Beseitigung von Störquellen erheblich schwieriger ist?*



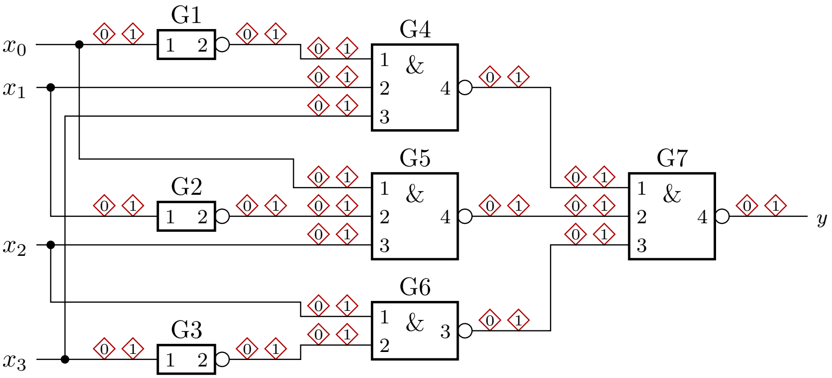
Zielgerichtete Problembeseitigung ist nur in dem Maße möglich, wie der Beseitigungserfolg kontrollierbar ist. Denn Fehlklassifizierung bewirken, dass erfolgreich beseitigte Probleme zurückgebaut bzw. eingebaute neue Fehler nicht durch Rückbau beseitigt werden. Mit zunehmender Fehlklassifierungshäufigkeit bildet sich ein Gleichgewicht zwischen Problembeseitigung und der Schaffung neuer Probleme.

b) *Warum ist es bei der Beseitigung der Ursachen genau umgekehrt, dass sich Fehler gut beseitigen lassen, aber die Beseitigung von Störquellen erheblich schwieriger ist?*



Für Fehler liefert der Test idealerweise eine korrekte ja/nein-Aussage, d.h. alle erkennbaren Fehler werden beseitigt. Bei störungsmindernden Maßnahmen muss man zum einen die Fehlfunktionsrate über Stunden und Tage bestimmen und die aus den so bestimmten Zählwerten ableitbaren Verbesserungs-/Verschlechterungs-Aussagen sind mit Irrtumswahrscheinlichkeiten behaftet, die Rückbau/Beibehaltungsentscheidungen zur Folge haben.

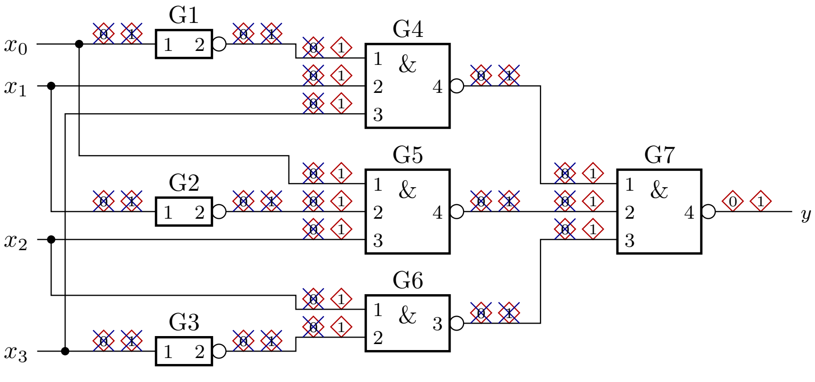
Aufgabe 2.2: Vereinfachung einer Haftfehlermenge



a) *Fassen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler zu einem Modellfehler zusammen.*

b) *Bestimmen Sie davon alle implizit nachweisbaren Haftfehler.*

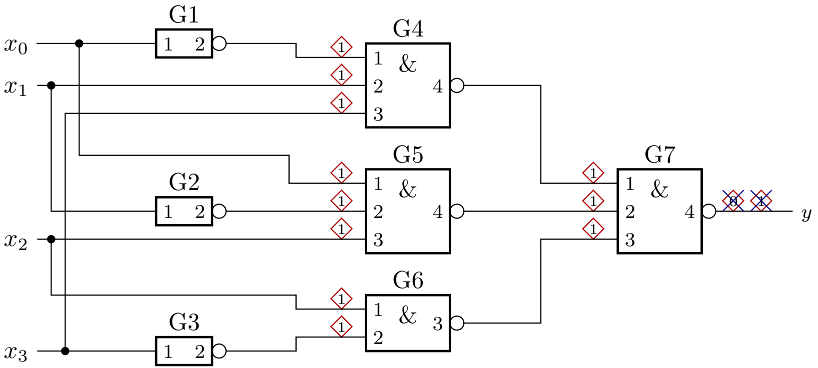
a) *Fassen Sie alle identisch nachweisbaren Haftfehler zu einem Modellfehler zusammen.*



Identisch nachweisbare Haftfehler:

- sa0(G1-1), sa1(G1-2), sa1(G4-1)
- sa1(G1-1), sa0(G1-2), sa0(G4-1), sa1(G4-4), sa1(G7-1), ...

b) *Bestimmen Sie davon alle implizit nachweisbaren Haftfehler.*



Implizit nachweisbare Haftfehler:

- sa0(G7-4): sa1(G7-1), sa1(G7-2), sa1(G7-3)
- sa1(G7-4): sa1(G4-1), sa1(G4-2), sa1(G4-3), sa1(G5-1), ...

Aufgabe 2.3: Defektanteil eines Rechners

Die Ausbeute in einem Fertigungsprozess beträgt mindesten $Y \geq 40\%$ und die Produkte sollen einen Defektanteil von max. $DL \leq 500\,\mathrm{dpm}$ haben.

a) *Wie groß muss die Defektüberdeckung mindestes sein?*

b) *Auf welchen Wert darf die Ausbeute max. einbrechen, dass der Defektanteil nicht größer als $DL_{\max} \leq 1.000\,\mathrm{dpm}$ wird?*

DC	Defektabdeckung (defect coverage), Anteil der erkennbar defekten Produkte.
Y, DL	Ausbeute, Defektanteil.
DL_{M}	Defektanteil der Fertigung vor Aussortieren der erkannten defekten Produkte.
dpm	Anzahl der defekten Produkte von einer Million (defecs per million).

Die Ausbeute in einem Fertigungsprozess beträgt mindesten $Y \geq 40\%$ und die Produkte sollen einen Defektanteil von max. $DL \leq 500\,\mathrm{dpm}$ haben.

a) *Wie groß muss die Defektüberdeckung mindestes sein?*

(2.9) $$DC = \frac{1-Y}{1+(DL-1)\cdot Y}$$

$$DC \geq \frac{1-40\%}{1+(5\cdot 10^{-4}-1)\cdot 0{,}4} = 1 - 3{,}33 \cdot 10^{-4}$$

Es darf max. einer von 3.000 Defekten unerkannt bleiben.

Die Ausbeute in einem Fertigungsprozess beträgt mindesten $Y \geq 40\%$ und die Produkte sollen einen Defektanteil von max. $DL \leq 500\,\mathrm{dpm}$ haben.

b) *Auf welchen Wert darf die Ausbeute max. einbrechen, dass der Defektanteil nicht größer als* $DL_{\max} \leq 1.000\,\mathrm{dpm}$ *wird?*

(2.9) $$DC = \frac{1-Y}{1+(DL-1)\cdot Y}$$

$$Y = \frac{1-DC}{DL\cdot DC + 1 - DC}$$

$$Y \geq \frac{3{,}33\cdot 10^{-4}}{10^{-3}\cdot(1-3{,}33\cdot 10^{-4}) + 3{,}33\cdot 10^{-4}} = 25\%$$

Fehleranteil 1.000 dpm wird schon unterschritten, wenn die Ausbeute 25% unterschreitet.

Aufgabe 2.4: Defektanteil eines Rechners

Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

Bauteile	Anzahl	Defektanteil	Summation für den gesamten Rechner
Leiterplatten	2	600 dpm	dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+ dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+ dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+ dpm
			= dpm

a) *Wie groß ist der zu erwartende Defektanteil des Rechners, wenn anderen Arten von Fehlern anzahlmäßig vernachlässigbar sind?*

b) *Auf welchen Wert verringert sich der Defektanteil, wenn für alle Arten von Bauteilen die Anzahl halbiert wird?*

dpm Anzahl der defekten Produkte von einer Million (defecs per million).

Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

a) *Wie groß ist der zu erwartende Defektanteil des Rechners, wenn anderen Arten von Fehlern anzahlmäßig vernachlässigbar sind?*

(2.11) $$\mu_{\mathrm{F}} = \sum_{i=1}^{\#Prt} \mu_{\mathrm{DL}.i}$$

Bauteil	Anzahl	Defektanteil	Produkt
Leiterplatten	2	600 dpm	1200 dpm
Schaltkreise	30	200 dpm	+ 6000 dpm
diskrete Bauteile	180	10 dpm	+ 1800 dpm
Lötstellen	5000	1 dpm	+ 5000 dpm
			= 14000 dpm

Von 1000 Rechnern enthalten im Mittel 14 beim Verkauf ein defektes Bauteil, das aber in der Regel nur schwer bemerkbare Fehler enthält.

μ_{F} Zu erwartende Fehleranzahl des Gesamtsystems.
$\#Prt$ Anzahl der Bauteile.
$\mu_{\mathrm{DL}.i}$ Zu erwartendender Defektanteil von Bauteil i.

Ein Steuerrechner besteht aus Leiterplatten, Schaltkreisen, diskreten Bauteilen (Widerständen, Kondensatoren, ...) und Lötstellen.

b) *Auf welchen Wert verringert sich der Defektanteil, wenn für alle Arten von Bauteilen die Anzahl halbiert wird?*

Bei der halben Bauteilzahl und ansonsten gleichen Werten halbiert sich der Defektanteil. Statt im Mittel 14 enthalten im Mittel nur 7 von 1000 Rechnern ein defektes Bauteil.

Zuverlässigkeit und Test

Aufgabe 2.5: Fehleranzahl, MF-Rate und Zuverlässigkeit

In einer Iteration aus Test und Fehlerbeseitigung, bei der alle erkannten Fehler beseitigt wurden, war bei Erhöhung der Anzahl der dynamischen Tests von 10^5 auf 10^6 eine Verringerung der MF-Rate von 10^{-3} auf $4\cdot10^{-5}$ MF je DS zu beobachten. MF durch Störungen sind zu vernachlässigen.

$$N_1 = 10^5,\, N_2 = 10^6,\, \zeta(N_1) = 10^{-3}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right],\, \zeta(N_2) = 4\cdot 10^{-5}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right],$$
$$\zeta_{\mathrm{D}} = 0$$

a) *Auf welchen Exponenten K für die Dichte der MF-Rate lässt sich unter den Modellannahmen in der Vorlesung daraus schließen?*

b) *Wie viele Fehler werden in der Iteration aus Test und Beseitigung der erkennbaren Fehler bei Erhöhung der Testsatzlänge von N_1 auf N_2 abschätzungsweise beseitigt?*

c) *Welche Zuverlässigkeit ist nach N_2 Tests zu erwarten und welche Testsatzlänge N_3 ist unter den Modellannahmen erforderlich, um die zu erwartende Zuverlässigkeit auf 10^8 $\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$ zu erhöhen?*

N_1, N_2 Testanzahl mit bekannter / gesuchter Fehleranzahl oder Zuverlässigkeit.

$N_1 = 10^5$, $N_2 = 10^6$, $\zeta(N_1) = 10^{-3}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $\zeta(N_2) = 4\cdot 10^{-5}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $\zeta_{\mathrm{D}} = 0$

a) *Auf welchen Exponenten K für die Dichte der MF-Rate lässt sich unter den Modellannahmen in der Vorlesung daraus schließen?*

(2.22)
$$K = \log\left(\frac{\zeta_{\mathrm{F}}(N_1)}{\zeta_{\mathrm{F}}(N_2)}\right) / \log\left(\frac{N_2}{N_1}\right) - 1$$

Wegen $\zeta_{\mathrm{D}} = 0$ ist $\zeta_{\mathrm{F}} = \zeta$:

$$K = \left(\ln\left(\frac{10^{-3}}{4\cdot 10^{-5}}\right) / \ln\left(\frac{10^{-5}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]}{10^{-6}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]}\right)\right) - 1 = 0{,}4$$

$\zeta_{\mathrm{F}}(N)$	Fehlfunktionsrate durch Fehler in Abhängigkeit von der Testanzahl.
$\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$	Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.
ζ_{D}	Fehlfunktionsrate durch Störungen (Malfunction rate due to disturbance).
K	Formfaktor der Dichte der Fehlfunktionsrate $(0 < K < 1)$.

$N_1 = 10^5$, $N_2 = 10^6$, $\zeta(N_1) = 10^{-3}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $\zeta(N_2) = 4\cdot 10^{-5}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$,
$\zeta_{\mathrm{D}} = 0$

b) *Wie viele Fehler werden in der Iteration aus Test und Beseitigung der erkennbaren Fehler bei Erhöhung der Testsatzlänge von N_1 auf N_2 abschätzungsweise beseitigt?*

(2.21) $$\zeta_{\mathrm{F}}(N) = \frac{\mu_{\mathrm{F}}(N)\cdot K}{N}$$

$$\mu_{\mathrm{F}}(N_1) = \frac{N_1}{K}\cdot\zeta(N_1) = \frac{10^5}{0{,}4}\cdot 10^{-3} = 251\ [\mathrm{F}]$$

$$\mu_{\mathrm{F}}(N_2) = \frac{N_2}{K}\cdot\zeta(N_2) = \frac{10^6}{0{,}4}\cdot 4\cdot 10^{-5} = 100\ [\mathrm{F}]$$

Zu erwartende Anzahl der zu beseitigenden Fehler:

$$\mu_{\mathrm{F}}(N_1) - \mu_{\mathrm{F}}(N_2) = 151\ [\mathrm{F}]$$

$\mu_{\mathrm{F}}(N)$	Zu erwartende Anzahl der Fehler, die nach N Tests nicht erkannt und beseitigt sind.
$[\mathrm{F}]$	Zählwert in Fehlern.

$N_1 = 10^5$, $N_2 = 10^6$, $\zeta(N_1) = 10^{-3}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$, $\zeta(N_2) = 4\cdot 10^{-5}\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$,
$\zeta_\mathrm{D} = 0$

c) *Welche Zuverlässigkeit ist nach N_2 Tests zu erwarten und welche Testsatzlänge N_3 ist unter den Modellannahmen erforderlich, um die zu erwartende Zuverlässigkeit auf $10^8\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$ zu erhöhen?*

(2.26)
$$R_\mathrm{F}(N_2) = R_\mathrm{F}(N_1)\cdot\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{K+1}$$

Wegen $\zeta_\mathrm{D} = 0$ ist $\zeta_\mathrm{F} = \zeta$ und $R_\mathrm{F} = R$:

$$R(N_2) = \frac{1}{\zeta(N_2)} = \frac{1}{4\cdot 10^{-5}}\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right] = 25.000\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

$$N_3 = N_2\cdot\left(\frac{R(N_3)}{R(N_2)}\right)^{\frac{1}{K+1}} = 10^6\cdot\left(\frac{10^8\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]}{2{,}5\cdot 10^4\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]}\right)^{\frac{1}{0{,}4+1}} = 3{,}77\cdot 10^8$$

$R_\mathrm{F}(N)$	Fehlerbezogene Teilzuverl. nach Beseitigung aller mit N Tests nachweisbaren Fehler.
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.

Aufgabe 2.6: Vortest und Zufallstest

Von 1000 entstandenen Fehlern erkennt der vorgelagerte statische Test 80%, von den verbleibenden 20% erkennen 20 gezielt gesuchte dynamische Tests 60% und von den dann noch verbleibenden $20\% \cdot 40\%$ erkennen weitere 80 zufällige Tests 50%. Beseitigung aller erkannten Fehler.

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

a) *Mit welchem Exponenten K nimmt der zu erwartende Anteil der nicht erkannten Fehler bei Erhöhung der Testsatzlänge von $N_0 = 20$ auf $N_1 = 100$ ab?*

b) *Zu erwartende Fehleranzahl und fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit nach Beseitigung aller erkannten Fehler?*

c) *Wie groß sind Fehleranzahl und fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit nach Erhöhung der Anzahl der Tests von $N_1 = 100$ auf $N_2 = 1000$?*

μ_{FCR}	Zu erwartende Fehleranzahl aus den Entstehungs- und Reparaturprozessen insgesamt.
FC_{PT}	Fehlerabdeckung aller Vortests zusammen.
N_0	Anzahl der dynamischen Tests aller Vortests zusammen.
N_1, N_2	Testanzahl mit bekannter Fehlfunktionsrate bzw. zu erwartender Fehleranzahl.
$\mu_{\mathrm{F}}(N)$	Zu erwartende Anzahl der Fehler, die nach N Tests nicht erkannt und beseitigt sind.

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

d) *Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Verringerung der zu erwartenden Anzahl nicht erkennbarer Fehler auf 4?*

e) *Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf $R_{\mathrm{F}}(N) = 1000\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$?*

$R_{\mathrm{F}}(N)$	Fehlerbezogene Teilzuverl. nach Beseitigung aller mit N Tests nachweisbaren Fehler.
$\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$	Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

a) *Mit welchem Exponenten K nimmt der zu erwartende Anteil der nicht erkannten Fehler bei Erhöhung der Testsatzlänge von $N_0 = 20$ auf $N_1 = 100$ ab?*

(2.17) $$K = -\log\left(\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_2)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}\right) / \log\left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

Bei der Vergrößerung der Anzahl der Zufallstests von $N_0 = 20$ auf $N_1 = 100$ halbiert sich die Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler:

$$\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2} = \left(\frac{N_1}{N_0}\right)^{-K} = 5^{-K}$$

$$K = -\frac{\ln(0{,}5)}{\ln(5)} = 0{,}431$$

K Formfaktor der Dichte der Fehlfunktionsrate $(0 < K < 1)$.

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

b) *Zu erwartende Fehleranzahl und fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit nach Beseitigung aller erkannten Fehler?*

(2.23) $$\mu_{\mathrm{F}}(N_0) = \mu_{\mathrm{FCR}} \cdot (1 - FC_{\mathrm{PT}})$$

(2.25) $$R_{\mathrm{F}}(N) = \frac{N}{K \cdot \mu_{\mathrm{F}}(N)}$$

Von den entstandenen Fehlern erkennen die statischen Vortests 80%, davon die dynamischen Vortests 60% und davon die Zufallstests 50%:

$$\mu_{\mathrm{F}}(N_1) = \mu_{\mathrm{FCR}} \cdot (1 - FC_{\mathrm{PT}}) \cdot 0{,}5 = 1000\ [\mathrm{F}] \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 40\ [\mathrm{F}]$$

Fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit:

$$R_{\mathrm{F}}(N_1) = \frac{100}{0{,}431 \cdot 40} = 5{,}8 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

c) *Wie groß sind Fehleranzahl und fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit nach Erhöhung der Anzahl der Tests von* $N_1 = 100$ *auf* $N_2 = 1000$*?*

(2.16) $$\mu_{\mathrm{F}}(N_2) = \mu_{\mathrm{F}}(N_1) \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{-K} \quad \text{mit } 0 < K < 1$$

(2.26) $$R_{\mathrm{F}}(N_2) = R_{\mathrm{F}}(N_1) \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{K+1}$$

Zu erwartende Fehleranzahl:

$$\mu_{\mathrm{F}}(N_2) = 40\ [\mathrm{F}] \cdot \left(\frac{1000}{100}\right)^{-0{,}431} = 14{,}8\ [\mathrm{F}]$$

Fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit:

$$R_{\mathrm{F}}(N_2) = 5{,}8 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right] \cdot \left(\frac{1000}{100}\right)^{1+0{,}431} = 157 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

d) *Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Verringerung der zu erwartenden Anzahl nicht erkennbarer Fehler auf* 4*?*

(2.16) $$\mu_{\mathrm{F}}(N_2) = \mu_{\mathrm{F}}(N_1) \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{-K} \quad \text{mit } 0 < K < 1$$

Umstellung nach der gesuchten Testanzahl N_3:

$$\begin{aligned} N_3 &= N_1 \cdot \left(\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_3)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}\right)^{-\frac{1}{K}} \\ &= 100 \cdot \left(\frac{4}{40}\right)^{-\frac{1}{0{,}431}} = 20.900 \end{aligned}$$

Eine Verringerung der zu erwartenden Anzahl der nicht beseitigten Fehler von 40 auf 4 erfordert zusätzlich 20.800 zufällig ausgewählte Tests, d.h. die 209-fache Testsatzlänge.

$\mu_{\mathrm{FCR}} = 10^3$, $FC_{\mathrm{PT}} = 1 - 0{,}2 \cdot 0{,}4$, $N_0 = 20$, $N_1 = N_0 + 80$, $\frac{\mu_{\mathrm{F}}(N_1)}{\mu_{\mathrm{F}}(N_0)} = \frac{1}{2}$.

e) *Wie viele zusätzliche Zufallstests erfordert eine Erhöhung der fehlerbezogenen Teilzuverlässigkeit auf* $R_{\mathrm{F}}(N) = 1000\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$*?*

(2.26)
$$R_{\mathrm{F}}(N_2) = R_{\mathrm{F}}(N_1) \cdot \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^{K+1}$$

Umstellung nach der gesuchten Testanzahl N_4:

$$N_4 = N_1 \cdot \left(\frac{R_{\mathrm{F}}(N_4)}{R_{\mathrm{F}}(N_1)}\right)^{\frac{1}{1+K}}$$
$$= 100 \cdot \left(\frac{1000\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]}{5{,}8\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]}\right)^{\frac{1}{1{,}431}} = 3.656$$

Eine Erhöhung der Zuverlässigkeit von 5,8 auf 1000 (etwa das 170-fache) verlangt nur zusätzlich 3.556 zufällig ausgewählte Tests, d.h. die 25-fache Testsatzlänge.

Aufgabe 2.7: Reifeprozess, Zuverlässigkeitserhöhung

Ein bei vielen Nutzern eingesetztes Software-System hat nach einer Reifedauer von 100 Tagen eine Zuverlässigkeit von $10^5\ \frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}$. Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge sei $K = 0{,}4$. Die Testanzahl vor dem Einsatz und MF-Rate durch Störungen seien vernachlässigbar.

$t_{\mathrm{M0}} = 100\,\mathrm{Tage}$, $R\left(t_{\mathrm{M0}}\right) = 10^5\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$, $K = 0{,}4$, $\zeta_{\mathrm{D}} = 0$, $t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$

a) *Nach wie vielen weiteren Tagen Reifedauer verzehnfacht sich die Zuverlässigkeit?*

b) *Welcher Vergrößerungsfaktor der Zuverlässigkeit ist nach einer Reifezeit von einem Jahr (365 Tage) zu erwarten?*

$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.
t_{M0}	Bezugsreifedauer.
$R_{\mathrm{F}}\left(t_{\mathrm{M}}\right)$	Fehlerbezogene Teilzuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Reifedauer.
K	Formfaktor der Dichte der Fehlfunktionsrate $(0 < K < 1)$.
t_{V0}	Equivalente Reifedauer vor Freigabe von Version null.

$t_{\mathrm{M0}} = 100\,\mathrm{Tage},\ R(t_{\mathrm{M0}}) = 10^5 \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right],\ K = 0{,}4,\ \zeta_{\mathrm{D}} = 0,\ t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$

a) *Nach wie vielen weiteren Tagen Reifedauer verzehnfacht sich die Zuverlässigkeit?*

(2.41) $$R_{[\mathrm{MT}]}(t_{\mathrm{M}}) = R_{[\mathrm{MT}]}(t_{\mathrm{M0}}) \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{M}}+t_{\mathrm{V0}}}{t_{\mathrm{M0}}+t_{\mathrm{V0}}}\right)^{K+1}$$

Unter Vernachlässigung von t_{V0} gegenüber t_{M} und mit $\zeta_{\mathrm{D}} = 0$ ($R = R_{\mathrm{F}}$) gilt für die gesamte Zuverlässigkeit:

$$t_{\mathrm{M}} = t_{\mathrm{M0}} \cdot \left(\frac{R(t_{\mathrm{M}})}{R(t_{\mathrm{M0}})}\right)^{\frac{1}{K+1}} =$$
$$= 100\,\mathrm{Tage} \cdot 10^{\frac{1}{1{,}4}} = 518\,\mathrm{Tage}$$

Verzehnfachung der Zuverlässigkeit nach 418 weiteren Tagen Reifedauer.

$t_{\mathrm{M0}} = 100\,\mathrm{Tage},\ R\left(t_{\mathrm{M0}}\right) = 10^5\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right],\ K = 0{,}4,\ \zeta_{\mathrm{D}} = 0,\ t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$

b) *Welcher Vergrößerungsfaktor der Zuverlässigkeit ist nach einer Reifezeit von einem Jahr (365 Tage) zu erwarten?*

(2.41) $$R_{[\mathrm{MT}]}\left(t_{\mathrm{M}}\right) = R_{[\mathrm{MT}]}\left(t_{\mathrm{M0}}\right) \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{M}}+t_{\mathrm{V0}}}{t_{\mathrm{M0}}+t_{\mathrm{V0}}}\right)^{K+1}$$

Weiterhin Annahme $R = R_{\mathrm{F}}$:

$$R\left(t_{\mathrm{M}}\right) = R\left(t_{\mathrm{M0}}\right) \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}}\right)^{K+1}$$

$$\frac{R(365)}{R(100)} = \left(\frac{365}{100}\right)^{1{,}4} = 6{,}27$$

Nach insgesammt einem Jahr Reifedauer hat das System die 6,27-fache Zuverlässigkeit im Vergleich zur Bezugsreifedauer t_{M0}.

Aufgabe 2.8: Reifedauer, Sicherheit

Der Exponent für die Abnahme der Anzahl der nicht nachweisbaren Fehler mit der Testsatzlänge liege im Bereich von $K = 0{,}3 \ldots 0{,}5$. Die äquivalente Reifedauer vor dem Einsatz sei wieder gegenüber der Bezugsreifedauer t_{M0} vernachlässigbar. Die Fehlerbeseitigungswahrscheinlichkeit, dass ein Fehler, wenn er bei einem Anwender eine MF verursacht, beseitigt wird, soll sich nicht ändern und MF durch Störungen sei auch wieder vernachlässigbar.

$K = 0{,}3 \ldots 0{,}5$, $\zeta_{\mathrm{D}} \ll \zeta_{\mathrm{F}}$, $t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$.

a) *Um welchen Faktor muss die Reifedauer t_{M} gegenüber t_{M0} erhöht werden, damit 90% der noch nicht beseitigten Fehler erkannt und beseitigt werden?*

b) *Um welchen Faktor muss die Reifedauer t_{M} gegenüber t_{M0} erhöht werden, um die Sicherheit des Systems zu verzehnfachen?*

K	Formfaktor der Dichte der Fehlfunktionsrate $(0 < K < 1)$.
ζ_{D}, ζ_{F}	Fehlfunktionsrate durch Störungen, Fehlfunktionsrate durch Fehler.
t_{V0}	Equivalente Reifedauer vor Freigabe von Version null.
t_{M0}	Bezugsreifedauer.

$K = 0{,}3 \ldots 0{,}5$, $\zeta_{\mathrm{D}} \ll \zeta_{\mathrm{F}}$, $t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$.

a) *Um welchen Faktor muss die Reifedauer t_{M} gegenüber t_{M0} erhöht werden, damit 90% der noch nicht beseitigten Fehler erkannt und beseitigt werden?*

(2.37) $$\mu_{\mathrm{F}}\left(t_{\mathrm{M}}\right) = \mu_{\mathrm{F}}\left(t_{\mathrm{M0}}\right) \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{M}}+t_{\mathrm{V0}}}{t_{\mathrm{M0}}+t_{\mathrm{V0}}}\right)^{-K}$$

Wegen $t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M}}$ ist t_{V0} vernachlässigbar:

$$\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}} = \left(\frac{\mu_{\mathrm{F}}(t_{\mathrm{M}})}{\mu_{\mathrm{F}}(t_{\mathrm{M0}})}\right)^{-\frac{1}{K}} = \frac{1}{10}^{-\frac{1}{K}} = 10^{\frac{1}{K}}$$

K	0,3	0,4	0,5
$\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}}$	2154	316	100

Zur Verringerung der Anzahl der nicht beseitigten Fehler auf ein Zehntel muss die Reifedauer in Abhängigkeit von K auf das hundet bis mehr als 2.000-fache erhöht werden.

$\mu_{\mathrm{F}}\left(t_{\mathrm{M}}\right)$ Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler in Abhängigkeit von der Reifedauer.

$K = 0{,}3 \ldots 0{,}5$, $\zeta_{\mathrm{D}} \ll \zeta_{\mathrm{F}}$, $t_{\mathrm{V0}} \ll t_{\mathrm{M0}}$.

b) *Um welchen Faktor muss die Reifedauer t_{M} gegenüber t_{M0} erhöht werden, um die Sicherheit des Systems zu verzehnfachen?*

(2.41) $$R_{[\mathrm{MT}]}(t_{\mathrm{M}}) = R_{[\mathrm{MT}]}(t_{\mathrm{M0}}) \cdot \left(\frac{t_{\mathrm{M}}+t_{\mathrm{V0}}}{t_{\mathrm{M0}}+t_{\mathrm{V0}}}\right)^{K+1}$$

(1.24) $$S = \frac{R_{\mathrm{MT}}}{\rho}$$

Aufgabe nur unter den idealisierten Annahme sinnvoll, dass die Reaktion auf erkannte Probleme Sicherheitsgefährdungen ausschließt, Störungen keine Rolle spielen ..., d.h. $S \sim R$:

$$\frac{S(t_{\mathrm{M}})}{S(t_{\mathrm{M0}})} = \frac{R(t_{\mathrm{M}})}{R(t_{\mathrm{M0}})} = 10 = \left(\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}}\right)^{K+1}$$

$$\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}} = 10^{1/(K+1)}$$

K	0,3	0,4	0,5
$\frac{t_{\mathrm{M}}}{t_{\mathrm{M0}}}$	5,88	5,18	4,64

Die zehnfache Sicherheit verlangt die 5 bis 6-fache Reifedauer. Viel geringere Abhängigkeit von K als in der Teilaufgabe zuvor.

S Sicherheit (Safety or security).

ρ Anteil sicherheitskritischer Fehlfunktionen an den nicht erkannten Fehlfunktionen.

Fehlervermeidung

Aufgabe 2.9: Nicht beseitigte Programmierfehler

Wie groß ist die zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler in einem Programm mit 10^5 NLOC (Netto Lines of Code) bei einer Fehlerentstehungsrate von 40 Fehlern je 1000 NLOC, wenn der Test 80% der Fehler erkennt, erkannte Fehler beseitigt werden und bei der Fehlerbeseitigung keine neuen Fehler entstehen?

$$C = 10^5\,\mathrm{NLOC},\ \xi = \frac{40\,\mathrm{F}}{1000\,\mathrm{NLOC}},\ FC = 80\%.$$

NLOC	Netto Lines of Code, Anzahl der Code-Zeilen ohne Kommentar und Leerzeilen.
C	Metrik für den Entstehungsaufwand, hier in NLOC (netto lines of code).
ξ	Fehlergenerierungsrate in zu erwartenden Fehlern je NLOC.
FC	Fehlerabdeckung (fault coverage), Anteil der nachweisbaren Fehler.
$[\mathrm{F}]$	Zählwert in Fehlern.

$C = 10^5\,\mathrm{NLOC}$, $\xi = \frac{40\,\mathrm{F}}{1000\,\mathrm{NLOC}}$, $FC = 80\%$.

(2.45) $\mu_{\mathrm{CF}} = \xi_{<\mathrm{C}>} \cdot C$

(2.1) $FC = \left.\frac{\#DF}{\#F}\right|_{\mathrm{ACR}}$

Zu erwartende Anzahl der entstehenden und nicht erkannten und damit auch nicht beseitigten Fehler:

$$\begin{aligned}\mu_{\mathrm{F}} &= \xi \cdot C \cdot (1 - FC)\\ &= 10^5\,\mathrm{NLOC} \cdot 40\ \left[\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{NLOC}}\right] \cdot (1 - 80\%) = 800\ [\mathrm{F}]\end{aligned}$$

Es entstehen 4000 Fehler, von denen 800 nicht erkannt und damit nicht beseitigt werden.

Aufgabe 2.10: Fehlervermeidung

a) *Warum wird für Entstehungsprozesse Determinismus angestrebt?*

b) *Wie wird der Reparaturerfolg bei nicht deterministischen Prozessen kontrolliert?*

c) *Warum hat der Defektanteil von Produkten typischerweise einen sägezahnförmigen Verlauf über die Jahre, die das Produkt gefertigt wird?*

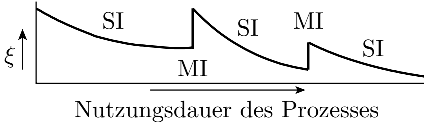
a) *Warum wird für Entstehungsprozesse Determinismus angestrebt?*

Determinismus ist Voraussetzung für die Erfolgskontrolle einer Fehlerbeseitigung durch Testwiederholung. Eine Erfolgskontrolle mit klarer ja/nein-Aussage ist die Voraussetzung für den Rückbau nach erfolglosen Fehlerbeseitigungsversuchen und die Fortsetzung der Prozessverbesserung mit den nächsten Fehlersymtomen.

b) *Wie wird der Reparaturerfolg bei nicht deterministischen Prozessen kontrolliert?*

Bei nicht deterministischen Prozessen wird der Erfolg von Verbesserungen anhand von Erwartungswerten, Varianzen, Verteilungen, ... messbarerer Produkteigenschaften kontrolliert. Verlangt statt einer Prozesswiederholung eine statistisch signifikante Anzahl von sehr vielen Wiederholungen.

c) *Warum hat der Defektanteil von Produkten typischerweise einen sägezahnförmigen Verlauf über die Jahre, die das Produkt gefertigt wird?*



Bei der Einführung neuer Maschinen, Verfahren, ... kommen Fehler in den Prozess und erhöhen die Fehlerentstehungsrate. Mit der Prozessnutzung werden diese Fehler und Schwachstellen beseitigt, so dass die Fehlerentstehungsrate abnimmt, bis die nächste grosse Neuerung eingeführt wird. Neuerungen haben oft geringere störungsbedingte Fehlerentstehungsraten, so dass die Fehlerentstehungsrate und damit der Defektanteil über mehrere »Sägezähne« abnimmt.

ξ	Fehlerentstehungsrate.
MI	Große Innovationen (Major innovations).
SI	Kleine Verbesserungen (Small improvements).

Wahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 3.1: Würfelexperimente

X und Y seien die zufälligen Augenzahlen bei der Durchführung des Versuchs »würfeln mit zwei Würfeln«. Bestimmen Sie für die nachfolgenden verketteten Ereignisse jeweils

- die möglichen Ergebnisse und deren Anzahl,
- die günstigen Ergebnisse und deren Anzahl,
- und daraus die Eintrittswahrscheinlichkeit bei gleicher Auftrittshäufigkeit aller möglichen Ergebnisse.

$X, Y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augenzahl zweier Würfeln (Zufallsvariablen)

a) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis* $X + Y > 8$*?*

b) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis* $X > Y$*?*

c) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis* $(X = 5) \wedge (Y < 5)$*?*

d) *Wahrscheinlichkeit, dass* $X \cdot Y$ *durch drei teilbar ist?*

X, Y	Zufallsvariablen für Würfelergebnisse.
$\mathbb{P}[\ldots]$	Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses ...

$X, Y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augenzahl zweier Würfeln (Zufallsvariablen)

a) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis $X + Y > 8$?*

- Anzahl der Möglichkeiten: 36
- günstig: 3+6, 4+5, 4+6, 5+4, bis 5+6, 6+3 bis 6+6
- Anzahl günstig: 1+2+3+4=10

$$\mathbb{P}[X + Y > 8] = \frac{10}{36}$$

$X, Y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augenzahl zweier Würfeln (Zufallsvariablen)

b) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis $X > Y$?*

- Anzahl der Möglichkeiten: 36
- günstig: 2>1, 3>1, 3>2, 4>1 bis 4>3, 5>1 bis 5>4, 6>1 bis 6>5
- Anzahl günstig: 1+2+3+4+5=15

$$\mathbb{P}[X > Y] = \frac{15}{36}$$

$X, Y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augenzahl zweier Würfeln (Zufallsvariablen)

c) *Eintrittswahrscheinlichkeit Ereignis* $(X = 5) \wedge (Y < 5)$*?*

- Anzahl der Möglichkeiten: 36
- günstig: (5,1) bis (5,4)
- Anzahl günstig: 4

$$\mathbb{P}\left[(X = 5) \wedge (Y < 5)\right] = \frac{4}{36}$$

$X, Y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Augenzahl zweier Würfeln (Zufallsvariablen)

d) *Wahrscheinlichkeit, dass $X \cdot Y$ durch drei teilbar ist?*

- Anzahl der Möglichkeiten: 36
- günstig: (3,1) bis (3,6), (1,3), (2,3), (4,3), (5,3), (6,1) bis (6,6), (1,6), (2,6), (4,6), (5,6)
- Anzahl günstig: 20

$$\mathbb{P}\left[(X \cdot Y)\,\%3 = 0\right] = \frac{20}{36}$$

$a\%b$ Divisionsrest.

Aufgabe 3.2: Verkettete Würfelereignisse

Welche möglichen Ergebnisse hat das Zufallsexperiment »Würfeln einer Zahl, bei einer Sechs darf ein zweites Mal gewürfelt werden« und mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt jedes der Ergebnisse ein?

Welche möglichen Ergebnisse hat das Zufallsexperiment »Würfeln einer Zahl, bei einer Sechs darf ein zweites Mal gewürfelt werden« und mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt jedes der Ergebnisse ein?

mögliche Ergebnisse	Wahrscheinlichkeit
1 bis 5,	6^{-1}
6+1 bis 6+5	6^{-2}
6+6+1 bis 6+6+5	6^{-3}
...	...

Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Möglichkeiten:

$$\frac{5}{6}+\frac{5}{6^2}+\frac{5}{6^3}+\ldots \stackrel{*}{=} 5\cdot\sum_{i=1}^{\infty}6^{-i} = 5\cdot\frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{6}} = 1\surd$$

* Summe einer geometrischen Reihe: $\sum_{n=0}^{\infty} a_0\cdot q^n = \frac{a_0}{1-q}$.

Aufgabe 3.3: Fehlfunktionen durch Fehler

Ein System habe vier Fehler, die unabhängig voneinander mit den Wahrscheinlichkeiten $p_1 = 10\%$, $p_2 = 20\%$, $p_3 = 5\%$ und $p_4 = 1\%$ bei einer Service-Leistung eine Fehlfunktion verursachen.

$p_1 = 10\%$, $p_2 = 20\%$, $p_3 = 5\%$, $p_4 = 1\%$

a) *Wie hoch ist die MF-Rate durch Fehler als Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der vier Fehler eine MF verursacht?*

b) *Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass hintereinander zehn Service-Leistungen korrekt ausgeführt werden?*

c) *Mit welcher Wahrscheinlichkeit verursacht jeder der vier Fehler mindestens eine Fehlerfunktion bei 10 Service-Leistungen?*

$p_1 = 10\%$, $p_2 = 20\%$, $p_3 = 5\%$, $p_4 = 1\%$

Hilfestellung: Verwenden Sie folgende Ereignisdefinitionen:

$F_{i.j}$	Fehler i verursachen MF bei DS j, $\mathbb{P}[F_{i.j}] = p_i$
A_j	mindestens 1 MF durch einen der 4 Fehler bei DS j
B	keine MF durch einen der 4 Fehler bei einer der 10 DS
C	jeder Fehler i mindestens eine MF bei einer der 10 DS

DS	Erbrachte Service-Leistung.
MF	Fehlfunktion (Malfunction).
p_i	Nachweiswahrscheinlichkeit Fehler i.

$p_1 = 10\%,\ p_2 = 20\%,\ p_3 = 5\%,\ p_4 = 1\%$

a) *Wie hoch ist die MF-Rate durch Fehler als Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der vier Fehler eine MF verursacht?*

(3.4) $$\mathbb{P}\left[\bar{A}\right] = 1 - \mathbb{P}[A]$$

(3.5) $$\mathbb{P}[A \wedge B] = \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B]$$

Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A_j, dass mindestens einer der 4 Fehler eine MF bei DS j verursacht:

$$\begin{aligned} A_j &= F_{1.j} \vee F_{2.j} \vee F_{3.j} \vee F_{4.j} \\ A_j &= \overline{\bar{F}_{1.j}\bar{F}_{2.j}\bar{F}_{3.j}\bar{F}_{4.j}} \\ \mathbb{P}[A_j] &= 1 - \prod_{i=1}^{4} (1 - p_i) \\ &= 1 - 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}99 = 23{,}3\% \end{aligned}$$

$p_1 = 10\%,\ p_2 = 20\%,\ p_3 = 5\%,\ p_4 = 1\%$

b) *Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass hintereinander zehn Service-Leistungen korrekt ausgeführt werden?*

$$\begin{aligned} B &= \bar{A}_1 \wedge \bar{A}_2 \wedge \ldots \wedge \bar{A}_{10} \\ \mathbb{P}[B] &= \left(1 - \mathbb{P}[A_j]\right)^{10} \\ &= \left(\prod_{i=1}^{4} (1 - p_i)\right)^{10} = 2\% \end{aligned}$$

$p_1 = 10\%,\ p_2 = 20\%,\ p_3 = 5\%,\ p_4 = 1\%$

c) *Mit welcher Wahrscheinlichkeit verursacht jeder der vier Fehler mindestens eine Fehlerfunktion bei 10 Service-Leistungen?*

$$C = (F_{1.1} \vee \ldots \vee F_{1.10}) \wedge (F_{2.1} \vee \ldots \vee F_{2.10}) \wedge \ldots \wedge (F_{4.1} \vee \ldots \vee F_{4.10})$$
$$= \overline{\left(\bar{F}_{1.1} \wedge \ldots \wedge \bar{F}_{1.10}\right)} \wedge \overline{\left(\bar{F}_{2.1} \wedge \ldots \wedge \bar{F}_{2.10}\right)} \wedge \ldots \wedge \overline{\left(\bar{F}_{4.1} \wedge \ldots \wedge \bar{F}_{4.10}\right)}$$

$$\mathbb{P}[C] = \prod_{i=1}^{4} 1 - (1-p_i)^{10}$$

p_i	10%	20%	5%	1%	$\mathbb{P}[C]$
$1-(1-p_i)^{10}$	65,1%	89,3%	40,1%	9,6%	2,24%

Aufgabe 3.4: Gewichteter Zufallstest

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der 8-Bit-Vektor einer Service-Anfrage an eine Schaltung $\mathbf{x} = 11111110_2$ ist, wenn

a) *für alle Bitwerte* x_i *zufällig und unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit* $g = 50\%$ *bzw. 60% der Wert eins und sonst null gewählt wird?*

b) *in Abweichung zu Aufgabenteil a für die höchstwertigen vier Bits immer derselben Bitwert gewählt wird?*

$g(\dots)$ Wichtung, Auftrittshäufigkeit des Signalwerts 1.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der 8-Bit-Vektor einer Service-Anfrage an eine Schaltung $\mathbf{x} = 11111110_2$ ist, wenn

a) *für alle Bitwerte x_i zufällig und unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit $g = 50\%$ bzw. 60% der Wert eins und sonst null gewählt wird?*

Beschreibung der Auswahl der Bitwerte $x_i = 1$ durch Ereignisse G_i mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten g_i:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = 11111110_2 &= G_7 \wedge G_6 \wedge G_5 \wedge G_4 \wedge G_3 \wedge G_2 \wedge G_1 \wedge \bar{G}_0 \\ \mathbb{P}\left[\mathbf{x} = 11111110_2\right] &= g^7 \cdot (1 - g) \end{aligned}$$

g	50%	60%
G_4 bis G_7 unabhängig	$2^{-8} = 0{,}4\%$	$0{,}6^7 \cdot 0{,}4 = 1\%$

G_i Ereignis Bit i gleich eins.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der 8-Bit-Vektor einer Service-Anfrage an eine Schaltung $\mathbf{x} = 11111110_2$ ist, wenn

b) *in Abweichung zu Aufgabenteil a für die höchstwertigen vier Bits immer derselben Bitwert gewählt wird?*

Für $G_7 = G_6 = G_5 = G_4$ gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = 11111110_2 &= G_4 \wedge G_3 \wedge G_2 \wedge G_1 \wedge \bar{G}_0 \\ \mathbb{P}\left[\mathbf{x} = 11111110_2\right] &= g^4 \cdot (1-g) \end{aligned}$$

g	50%	60%
G_4 bis G_7 unabhängig	$2^{-8} = 0{,}4\%$	$0{,}6^7 \cdot 0{,}4 = 1\%$
$G_7 = G_6 = G_5 = G_4$	$2^{-5} = 3\%$	$0{,}6^4 \cdot 0{,}4 = 5\%$

Aufgabe 3.5: Fehlerbaumanalyse

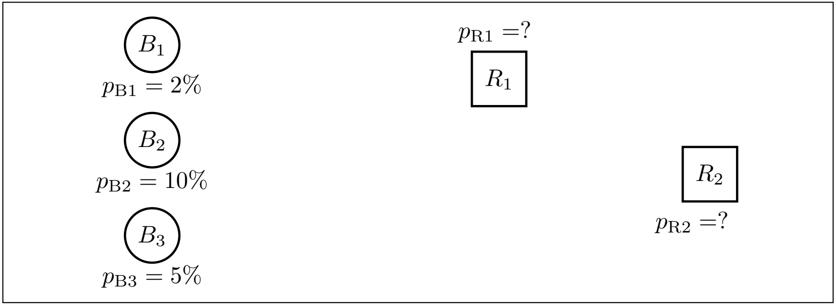
Ereignis R_1 tritt ein, wenn entweder B_1 und nicht B_2 oder nicht B_1 und B_2 eintritt. Ereignis R_2 tritt ein, wenn R_1 und B_3 eintreten. Wahrscheinlichkeiten der Basisereignisse: $p_{\mathrm{B1}} = 2\%$, $p_{\mathrm{B2}} = 10\%$, $p_{\mathrm{B3}} = 5\%$.

a) *Beschreiben Sie den Sachverhalt als Fehlerbaum?*

b) *Welche Wahrscheinlichkeiten haben die Ereignisse R_1 und R_2?*

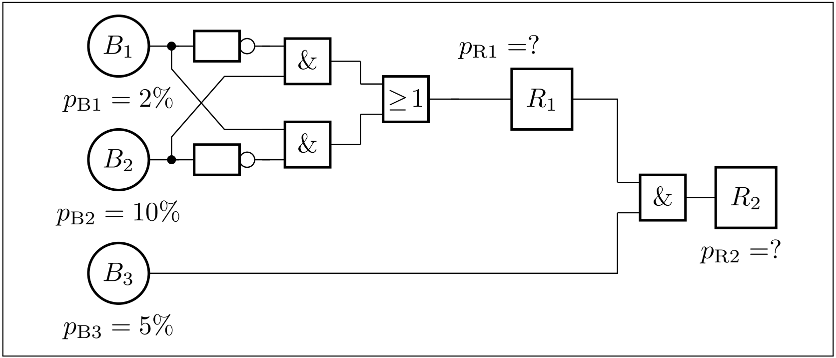
Ereignis R_1 tritt ein, wenn entweder B_1 und nicht B_2 oder nicht B_1 und B_2 eintritt. Ereignis R_2 tritt ein, wenn R_1 und B_3 eintreten. Wahrscheinlichkeiten der Basisereignisse: $p_{\mathrm{B1}} = 2\%$, $p_{\mathrm{B2}} = 10\%$, $p_{\mathrm{B3}} = 5\%$.

a) *Beschreiben Sie den Sachverhalt als Fehlerbaum?*

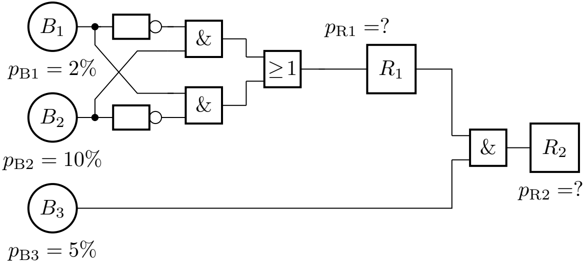


Ereignis R_1 tritt ein, wenn entweder B_1 und nicht B_2 oder nicht B_1 und B_2 eintritt. Ereignis R_2 tritt ein, wenn R_1 und B_3 eintreten. Wahrscheinlichkeiten der Basisereignisse: $p_{\mathrm{B1}} = 2\%$, $p_{\mathrm{B2}} = 10\%$, $p_{\mathrm{B3}} = 5\%$.

a) *Beschreiben Sie den Sachverhalt als Fehlerbaum?*



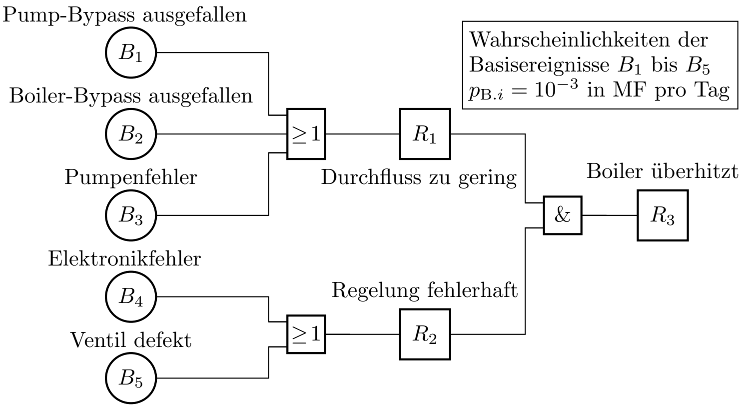
b) *Welche Wahrscheinlichkeiten haben die Ereignisse R_1 und R_2?*



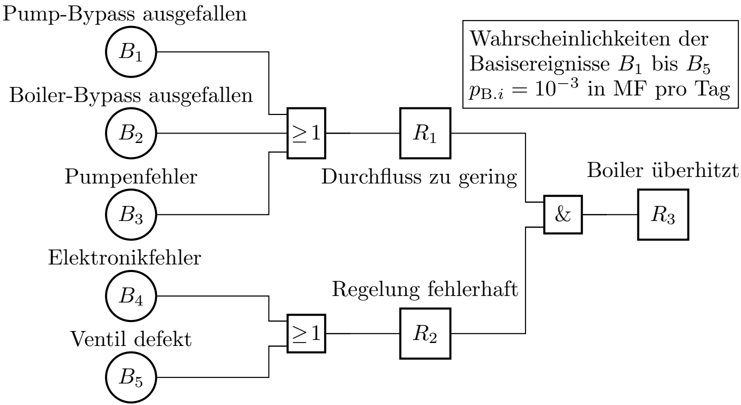
$$\begin{aligned}
\mathbb{P}\left[B_1 \wedge \bar{B}_2\right] &= p_{\mathrm{B1}} \cdot (1 - p_{\mathrm{B2}}) = 2\% \cdot 90\% = 1{,}8\% \\
\mathbb{P}\left[B_2 \wedge \bar{B}_1\right] &= p_{\mathrm{B2}} \cdot (1 - p_{\mathrm{B1}}) = 10\% \cdot 98\% = 9{,}8\% \\
R_1 &= \left(B_1 \wedge \bar{B}_2\right) \vee \left(B_2 \wedge \bar{B}_1\right)^* \\
\mathbb{P}[R_1] &= 1{,}8\% + 9{,}8\% = 11{,}6\% \\
\mathbb{P}[R_2] &= \mathbb{P}[R_1 \wedge B_3] = 11,6\% \cdot 5\% = 0{,}58\%
\end{aligned}$$

* $B_1 \wedge \bar{B}_2$ und $B_2 \wedge \bar{B}_1$ schließen sich gegenseitig aus.

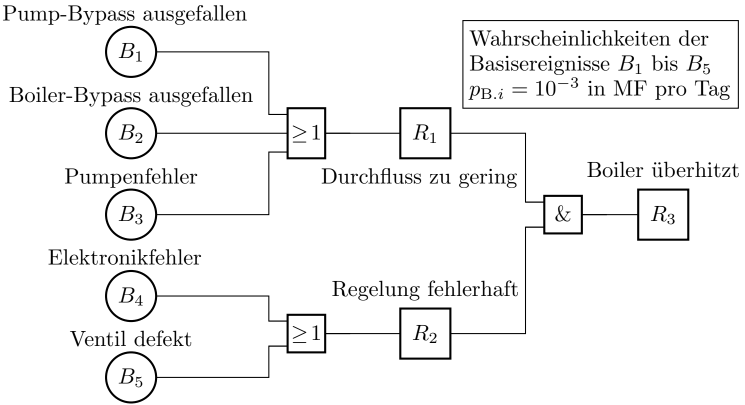
Aufgabe 3.6: Fehlerbaumauswertung



Gesucht sind die Wahrscheinlichkeiten p_{R1} bis p_{R3} der Fehlerereignisse R_1 bis R_3 pro Tag?



$$\begin{aligned} R_1 &= B_1 \vee B_2 \vee B_3 = \overline{\bar{B}_1 \wedge \bar{B}_2 \wedge \bar{B}_3} \\ p_{\mathrm{R1}} &= 1 - (1 - \mathbb{P}[B_1]) \cdot (1 - \mathbb{P}[B_2]) \cdot (1 - \mathbb{P}[B_3]) \\ &\approx \mathbb{P}[B_1] + \mathbb{P}[B_2] + \mathbb{P}[B_3] = 3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Tag}^{-1} \end{aligned}$$



$$
\begin{aligned}
R_2 &= B_4 \vee B_5 = \overline{\bar{B}_4 \wedge \bar{B}_5} \\
p_{\mathrm{R2}} &= 1 - (1 - \mathbb{P}[B_4]) \cdot (1 - \mathbb{P}[B_5]) \approx 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Tag}^{-1} \\
R_3 &= R_1 \wedge R_2 \\
p_{\mathrm{R3}} &= p_{\mathrm{R1}} \cdot p_{\mathrm{R2}} = 6 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{Tag}^{-1}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3.7: Wettervorhersage mit Markov-Kette

Die Wettervorhersage für die Folgetage soll durch eine Markov-Kette mit den zwei Zuständen R – »Regen« und S – »Sonnenschein« beschrieben werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen Regentag wieder ein Regentag folgt, sei 75% und die Wahrscheinlichkeit, dass auf einen Sonnentag wieder ein Sonnentag folgt, sei 80%.

Zustände: R (Regen, Anfangszustand), S (Sonne), Übergangswahrscheinlichkeiten: $p_{\mathrm{RR}} = 75\%$, $p_{\mathrm{SS}} = 80\%$

a) *Beschreibung als Markov-Kette mit Startzustand »Regentag«?*

b) *Aufstellen der Übergangsfunktion?*

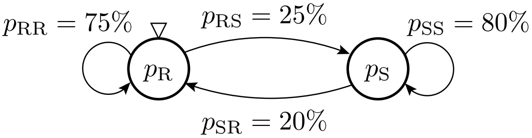
c) *Wenn es am Tag $i = 0$ regnet, wie groß ist für die Tage $i = 1$ bis 4 die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne scheint?*

---

n	Schrittnummer der Simulation der Markov-Kette.
p_{R}	Zustand Regen.
p_{S}	Zustand Sonnenschein.
p_{ij}	Übergangswahrscheinlichkeit von Zustand i nach Zustand j mit $i, j \in \{R, S\}$.

Zustände: R (Regen, Anfangszustand), S (Sonne), Übergangswahrscheinlichkeiten: $p_{\mathrm{RR}} = 75\%$, $p_{\mathrm{SS}} = 80\%$

a) *Beschreibung als Markov-Kette mit Startzustand »Regentag«?*



b) *Aufstellen der Übergangsfunktion?*

$$\begin{pmatrix} p_{\mathrm{R}} \\ p_{\mathrm{S}} \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 \\ 0{,}25 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{\mathrm{R}} \\ p_{\mathrm{S}} \end{pmatrix}_{n}$$

Zustände: R (Regen, Anfangszustand), S (Sonne), Übergangswahrscheinlichkeiten: $p_{\mathrm{RR}} = 75\%$, $p_{\mathrm{SS}} = 80\%$

$$\begin{pmatrix} p_{\mathrm{R}} \\ p_{\mathrm{S}} \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} 0{,}75 & 0{,}2 \\ 0{,}25 & 0{,}8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{\mathrm{R}} \\ p_{\mathrm{S}} \end{pmatrix}_{n}$$

c) *Wenn es am Tag $i = 0$ regnet, wie groß ist für die Tage $i = 1$ bis 4 die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne scheint?*

Tag	0	1	2	3	4
p_{R}	1	0,75	0,6125	0,53687	0,49528
p_{S}	0	0,25	0,3875	0,46313	0,50472

Aufgabe 3.8: Risikoanalyse

Eine schwerwiege Fehlfunktion bei einer Maschine kann nur auftreten, wenn sie vom Grundzustand B nacheinander in höhere Riskozustände R_1 bis R_4 übergeht. Das Bedienpersonal erkennt erhöhte Risikozustände mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% und initialisiert das System dann neu (Rückkehr in den Grundzustand B). Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang von einem in den nächsten Risikozustand betrage in jedem Zeitschritt, wenn nicht neuinitialisiert wird, 10%. In Risikozustand R_4 tritt ohne rechtzeitige Neuinitialisierung mit 5% die schwerwiegende Fehlersituation F ein.

a) *Beschreibung als Markov-Kette?*

b) *Programm zur Simulation der Markov-Kette?*

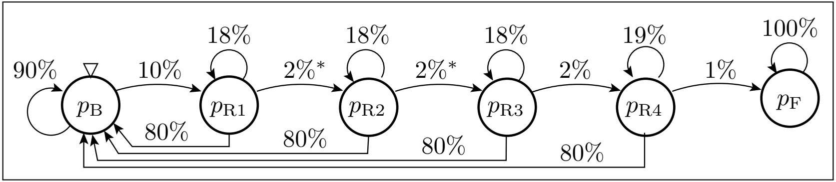
c) *Wahrscheinlichkeit, dass die schwerwiegende Fehlersituation mindestens einmal eingetreten ist, für* $n = 1$ *bis 7 und* $n = 10^6$*?*

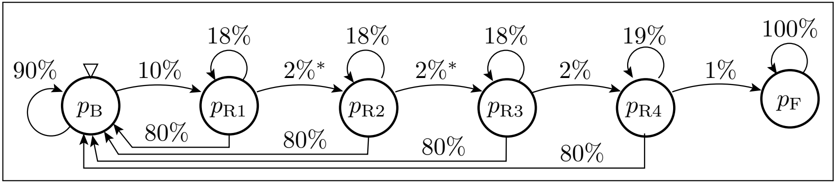
---

p_{B}	Wahrscheinlichkeit, dass sich das System im Grundzustand befindet.
$p_{\mathrm{R}i}$	Wahrscheinlichkeit, dass sich das System im Risikozustands R_i befindet.
p_{F}	Wahrscheinlichkeit, dass die schwerwiegende Fehlersituation eingetreten ist.

Eine schwerwiege Fehlfunktion bei einer Maschine kann nur auftreten, wenn sie vom Grundzustand B nacheinander in höhere Riskozustände R_1 bis R_4 übergeht. Das Bedienpersonal erkennt erhöhte Risikozustände mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% und initialisiert das System dann neu (Rückkehr in den Grundzustand B). Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang von einem in den nächsten Risikozustand betrage in jedem Zeitschritt, wenn nicht neuinitialisiert wird, 10%. In Risikozustand R_4 tritt ohne rechtzeitige Neuinitialisierung mit 5% die schwerwiegende Fehlersituation F ein.

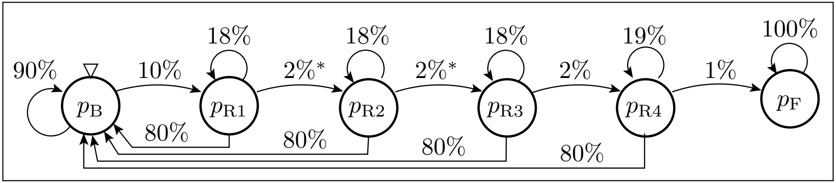
a) *Beschreibung als Markov-Kette?*





b) *Programm zur Simulation der Markov-Kette?*

```
PB = 100; PR1 = 0; PR2=0; PR3=0; PR4=0; PF=0;
print('  n|   P_G|    PR1|   PR2|   PR3|    PR4 |   PF');
for n in range(1,8):
 PB_n = PB*0.9 + PR1*0.8 + PR2*0.8 + PR3*0.8 + PR4*0.8;
 PR1_n = PB*0.10 + PR1*0.18;
 PR2_n = PR1*0.02 + PR2*0.18;
 PR3_n = PR2*0.02 + PR3*0.18;
 PR4_n = PR3*0.02 + PR4*0.19;
 PF = PR4*0.01 + PF;
 PB=PB_n; PR1=PR1_n; PR2=PR2_n; PR3=PR3_n; PR4=PR4_n;
 print('%3i|%6.3f| %6.3f|%6.3f|%6.3f|%8.6f|%8.6f'%(n,
   PB, PR1, PR2, PR3, PR4, PF))
```



c) *Wahrscheinlichkeit, dass die schwerwiegende Fehlersituation mindestens einmal eingetreten ist, für* $n = 1$ *bis 7 und* $n = 10^6$*?*

n	p_B	p_{R1}	p_{R2}	p_{R3}	p_{R4}	p_F
1	90,000%	10,000%	0,000%	0,000%	0,000000%	0,000000%
2	89,000%	10,800%	0,200%	0,000%	0,000000%	0,000000%
3	88,900%	10,844%	0,252%	0,004%	0,000000%	0,000000%
4	88,890%	10,842%	0,260%	0,006%	0,000080%	0,000000%
5	88,889%	10,841%	0,264%	0,006%	0,000130%	0,000001%
6	88,889%	10,840%	0,264%	0,006%	0,000150%	0,000002%
7	88,889%	10,840%	0,264%	0,006%	0,000157%	0,000004%
10^6	87,485%	10,669%	0,260%	0,006%	0,000157%	1,579632%

Fehlernachweis

Aufgabe 3.9: Nachweiswahrscheinlichkeit

Ein System hat im Mittel bei jeder 10^4-ten Service-Leistung eine Fehlfunktion. 70% der MF verursacht ein erster Fehler, 20% ein zweiter Fehler und die restlichen 10% nicht lokalisierbare Fehler oder Störungen.

a) *Wie hoch sind die Nachweiswahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 für die beiden lokalisierbaren Fehler?*

b) *Wie lang muss ein Zufallstest mindestens sein, damit der schlechter nachweisbare lokalisierbare Fehler mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% nachgewiesen wird?*

c) *Welche Zuverlässigkeit hat das System, wenn die beiden lokalisierbare Fehler beseitigt sind?*

MF Fehlfunktion (Malfunction).
p_i Nachweiswahrscheinlichkeit Fehler i.

Ein System hat im Mittel bei jeder 10^4-ten Service-Leistung eine Fehlfunktion. 70% der MF verursacht ein erster Fehler, 20% ein zweiter Fehler und die restlichen 10% nicht lokalisierbare Fehler oder Störungen.

a) *Wie hoch sind die Nachweiswahrscheinlichkeiten p_1 und p_2 für die beiden lokalisierbaren Fehler?*

Die Nachweiswahrscheinlichkeiten sind die vorgegebenen Fehlfunktionsraten:

$$p_1 = \zeta_1 = 0{,}7 \cdot 10^{-4}$$
$$p_2 = \zeta_2 = 0{,}2 \cdot 10^{-4}$$

ζ_i Fehlfunktionsrate von Fehler i (Malfunction rate of fault i).

Ein System hat im Mittel bei jeder 10^4-ten Service-Leistung eine Fehlfunktion. 70% der MF verursacht ein erster Fehler, 20% ein zweiter Fehler und die restlichen 10% nicht lokalisierbare Fehler oder Störungen.

b) *Wie lang muss ein Zufallstest mindestens sein, damit der schlechter nachweisbare lokalisierbare Fehler mindestens mit einer Wahrscheinlichkeit von 99% nachgewiesen wird?*

$$p_{\mathrm{FD}}(\zeta, N) = 1 - \mathrm{e}^{-\zeta \cdot N} \tag{3.9}$$

Schlechter nachweisbar ist Fehler 2 mit:

$$\zeta_2 = 0{,}2 \cdot 10^{-4}$$

Erforderliche Testsatzlänge für den 99%igen Nachweis:

$$\begin{aligned} p_2(N) &= 1 - \mathrm{e}^{-n \cdot \zeta_2} \geq 99\% \\ N &\geq -\frac{\ln(1 - 99\%)}{p_2} = 2{,}3 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

N Anzahl der Tests.

Ein System hat im Mittel bei jeder 10^4-ten Service-Leistung eine Fehlfunktion. 70% der MF verursacht ein erster Fehler, 20% ein zweiter Fehler und die restlichen 10% nicht lokalisierbare Fehler oder Störungen.

c) *Welche Zuverlässigkeit hat das System, wenn die beiden lokalisierbare Fehler beseitigt sind?*

(1.9) $$\zeta_{[\mathrm{MT}]} = \frac{1}{R_{[\mathrm{MT}]}} = \left.\frac{\#NDM}{\#DS}\right|_{\mathrm{ACR}}$$

Die beiden Fehler verursachen 90% der MF. Ihre Beseitigung verringert die Häufigkeit der MF auf 10%, also im Mittel auf jede 10^5-ten Service-Leistung:

$$\zeta = 10^{-5}\ \left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$$

Zuverlässigkeit als Kehrwert der MF-Rate:

$$R = 10^5\ \left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$$

R	Zuverlässigkeit (Reliability).
$\left[\frac{\mathrm{MF}}{\mathrm{DS}}\right]$	Zählwertverhältnis in Fehlfunktionen je erbrachte Service-Leistung.
$\left[\frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{MF}}\right]$	Zählwertverhältnis in erbrachten Service-Leistungen je Fehlfunktion.

Aufgabe 3.10: Testsatzlänge RAM-Test

Für einen Speicher mit 2^{32} Speicherplätzen sei angenommen, dass kein Fehler seltener als im Mittel aller 50 Zugriffe auf einen der 2^{32} Speicherplätze eine Fehlfunktion verursacht.

a) *Ab welcher Testsatzlänge N in Speicherzugriffen erkennt ein Zufallstest jeden Fehler mit einer Wahrscheinlichkeit $\geq 99\%$?*

b) *Wie viele Stunden dauert ein Test mit der Mindesttestsatzlänge aus Aufgabenteil a) bei 10^8 Speicherzugriffen pro Sekunde?*

N Anzahl der Tests.

Für einen Speicher mit 2^{32} Speicherplätzen sei angenommen, dass kein Fehler seltener als im Mittel aller 50 Zugriffe auf einen der 2^{32} Speicherplätze eine Fehlfunktion verursacht.

a) *Ab welcher Testsatzlänge N in Speicherzugriffen erkennt ein Zufallstest jeden Fehler mit einer Wahrscheinlichkeit $\geq 99\%$?*

$$p_{\mathrm{FD}}(\zeta, N) = 1 - \mathrm{e}^{-\zeta \cdot N} \tag{3.9}$$

Unterere Schranke der Fehlfunktionsrate je Speicherzugriff:

$$\zeta_{\min} = \left(50 \cdot 2^{32}\right)^{-1}$$

Mindestnachweiswahrscheinlichkeit bei N Speicherzugriffen:

$$p_{\min}(N) = 1 - \mathrm{e}^{-n \cdot \zeta_{\min}} \geq 99\%$$

Gesuchte Testsatzlänge:

$$N \geq -\ln(1 - 99\%) \cdot \frac{1}{p_{\min}} = -\ln(1\%) \cdot 50 \cdot 2^{32} \approx 10^{12}$$

Für einen Speicher mit 2^{32} Speicherplätzen sei angenommen, dass kein Fehler seltener als im Mittel aller 50 Zugriffe auf einen der 2^{32} Speicherplätze eine Fehlfunktion verursacht.

b) *Wie viele Stunden dauert ein Test mit der Mindesttestsatzlänge aus Aufgabenteil a) bei* 10^8 *Speicherzugriffen pro Sekunde?*

Mindesttestdauer:

$$\begin{aligned} t &= N \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} \\ &= 10^{12} \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} = 2{,}75\,\mathrm{h} \end{aligned}$$

$p_{\mathrm{FD}}(\zeta, N)$	Nachweiswahrscheinlichkeit des Fehlers mit N Tests.
$\zeta_{\min}$	Mindestfehlfunktionsrate der unterstellten Fehler.
$p_{\min}$	Mindestnachweiswahrscheinlichkeit der unterstellten Fehler.

Aufgabe 3.11: RAM-Kopplungsfehler

Schreiben einer 1 in Zelle i verändert Zelle j von 0 nach 1, nachweisbar durch die Testfolge:

- Schreibe 0 in Zelle j, Wahrscheinlichkeit $p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4\cdot\#A}$
- Schreibe 1 in Zelle i, Wahrscheinlichkeit $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4\cdot\#A}$
- Lese Zelle j ohne zwischenzeitlichen Schreibzugriff auf Zelle j, Wahrscheinlichkeit $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2\cdot\#A}$.

$p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4\cdot\#A}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4\cdot\#A}$ und $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2\cdot\#A}$.

a) *Beschreibung des Fehlernachweises durch eine Markov-Kette?*

b) *MF-Rate ζ_{CP} des Fehlers als die bedingte Wahrscheinlichkeit, Fehlernachweis in Schritt N, wenn bis Schritt $N-1$ noch nicht nachweisbar?*

$\#A$ Anzahl der Adressen.
ζ_{CP} Fehlfunktionsrate des RAM-Kopplungsfehlers.
N Anzahl der Tests.

$p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4 \cdot \#A}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4 \cdot \#A}$ und $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2 \cdot \#A}$.

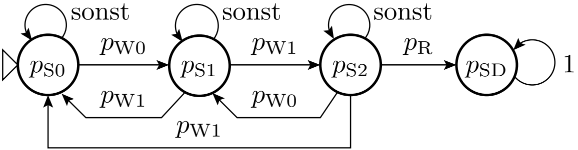
c) *Simulationsprogramm mit* $\#A = 128$ *für* $N = 1$ *bis 5000?*

d) *Darstellung der MF-Rate und Abschätzung der Anzahl der Initialisierungsschritte, bis sich eine konstante MF-Rate einstellt.*

p_{W0}	Wahrscheinlichkeit, dass eine 0 in die Speicherzelle geschrieben wird.
p_{W1}	Wahrscheinlichkeit, dass eine 1 in die Speicherzelle geschrieben wird.
p_{R}	Wahrscheinlichkeit, dass die Speicherzelle gelesen wird.

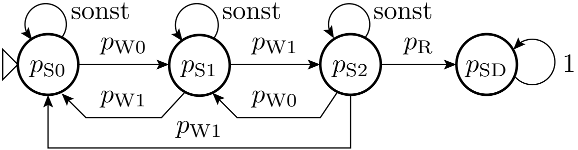
$p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4 \cdot \#A}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4 \cdot \#A}$ und $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2 \cdot \#A}$.

a) *Beschreibung des Fehlernachweises durch eine Markov-Kette?*



$p_{\mathrm{S}i}$	Wahrscheinlichkeit, dass die Markov-Kette im Zustand S_i ist.
p_{SD}	Wahrscheinlichkeit, dass die Markov-Kette im Zustand »Fehler nachgewiesen« ist.

$p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4 \cdot \# A}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4 \cdot \# A}$ und $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2 \cdot \# A}$.

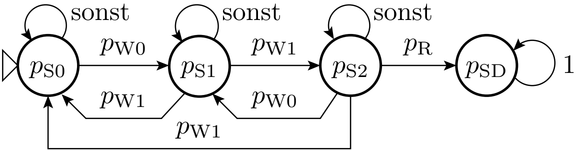


b) *MF-Rate ζ_{CP} des Fehlers als die bedingte Wahrscheinlichkeit, Fehlernachweis in Schritt N, wenn bis Schritt $N-1$ noch nicht nachweisbar?*

$$\zeta_{\mathrm{CP}}(N+1) = \frac{p_{\mathrm{SD}}(N+1) - p_{\mathrm{SD}}(N)}{1 - p_{\mathrm{SD}}(N)}$$

Vermeidung numerischer Probleme durch kleiner Differenzen großer Zahlen:

$$\zeta_{\mathrm{CP}}(N+1) = \frac{p_{\mathrm{S2}}(N) \cdot p_{\mathrm{R}}}{p_{\mathrm{S0}}(N) + p_{\mathrm{S1}}(N) + p_{\mathrm{S2}}(N)}$$

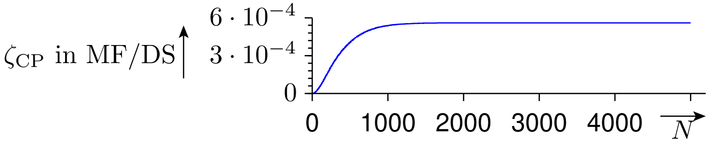


c) *Simulationsprogramm mit* $\#A = 128$ *für* $N = 1$ *bis 5000?*

```
pS0=1; pS1=0; pS2=0; pSD(1)=0;
A=128; pR = 1/(2*A); pW = 1/(4*A);
for N = 5000;
  pS0_nxt = pS0 * (1-pW) + pS1*pW + pS2*pW;
  pS1_nxt = pS0 * pW  + pS1*(1-pW-pR) + pS2*pW;
  pS2_nxt = pS1 * pR  + pS2*(1-2*pW-pR);
  pSD = pSD(n) + pS2 * pR;
  zeta_CP(N) = pS2*pR / (pS0+pS1+pS2);
  pS0=pS0_nxt; pS1=pS1_nxt; pS2=pS2_nxt;
end;
plot(1:5000, zeta_CP);
```

$p_{\mathrm{W0}} = \frac{1}{4 \cdot \# A}$, $p_{\mathrm{W1}} = \frac{1}{4 \cdot \# A}$ und $p_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2 \cdot \# A}$.

d) *Darstellung der MF-Rate und Abschätzung der Anzahl der Initialisierungsschritte, bis sich eine konstante MF-Rate einstellt.*



Ab $N_{\mathrm{I}} \approx 1000$ bleibt der relative Wahrscheinlichkeitszuwachs konstant $\zeta \approx 5{,}7 \cdot 10^{-6}$. Zunahme der Nachweiswahrscheinlichkeit mit der Testanzahl:

$$1 - \mathrm{e}^{-N \cdot \zeta_{\mathrm{CP}}} \leq p_{\mathrm{CP}}(N) \leq 1 - \mathrm{e}^{-(N - N_{\mathrm{I}}) \cdot \zeta_{\mathrm{CP}}}$$

Für $N \gg N_{\mathrm{I}}$ wie »ohne Gedächtnis«.

N_{I}	Anzahl der Initialisierungsschritte.
$p_{\mathrm{CP}}(N)$	Nachweiswahrscheinlichkeit des RAM-Kopplungsfehler als Funktion der Testanzahl N.

Fehlerbeseitigung

Aufgabe 3.12: Defektanteil nach Ersatz

Für ein gefertigtes Gerät ist die zu erwartende Ausbeute $Y = 60\%$ und der Test erkennt $DC = 90\%$ der fehlerhaften Geräte. Erkannte fehlerhafte Geräte werden ersetzt.

a) *Wie groß ist der Defektanteil DL_{M} der Geräte nach der Fertigung?*

b) *Wie hoch ist der zu erwartende Defektanteil DL nach Ersatz der erkennbar defekten Geräte?*

Y	Ausbeute (Yield).
DC	Defektabdeckung (defect coverage), Anteil der erkennbar defekten Produkte.
DL_{M}	Defektanteil der Fertigung vor Aussortieren der erkannten defekten Produkte.
DL	Defektanteil nach Aussortieren oder Ersatz erkannter defekter Produkte.

Für ein gefertigtes Gerät ist die zu erwartende Ausbeute $Y = 60\%$ und der Test erkennt $DC = 90\%$ der fehlerhaften Geräte. Erkannte fehlerhafte Geräte werden ersetzt.

a) *Wie groß ist der Defektanteil DL_M der Geräte nach der Fertigung?*

(2.6) $$Y = 1 - DL_\mathrm{M} \cdot DC$$

$$\boxed{DL_\mathrm{M} = \frac{1-Y}{DC} \approx \frac{1-60\%}{90\%} = 44{,}4\% = 0{,}444\,\mathrm{dpu}}$$

dpu Anteil der fehlerhaften Objekte (defecs per unit).

Für ein gefertigtes Gerät ist die zu erwartende Ausbeute $Y = 60\%$ und der Test erkennt $DC = 90\%$ der fehlerhaften Geräte. Erkannte fehlerhafte Geräte werden ersetzt.

b) *Wie hoch ist der zu erwartende Defektanteil DL nach Ersatz der erkennbar defekten Geräte?*

(2.7) $$DL = \frac{DL_{\mathrm{M}} \cdot (1 - DC)}{1 - DL_{\mathrm{M}} \cdot DC}$$

$$DL = \frac{44{,}4\% \cdot (1 - 90\%)}{1 - 44{,}4\% \cdot 90\%}$$
$$= 0{,}074\,\mathrm{dpu} = 74.000\,\mathrm{dpm}$$

Etwa noch jedes 14. Gerät ist fehlerhaft.

dpm Anzahl der defekten Produkte von einer Million (defecs per million).

Aufgabe 3.13: Fehlerüberdeckung Schaltkreistest

Die zu erwartende Ausbeute einer Schaltkreisfertigung sei $Y = 80\%$ und der Defektanteil der vom Test als gut befundenen Schaltkreise sei $DL = 1000$ dpm.

a) *Auf welche Defektüberdeckung DC der Tests lässt das schließen?*

b) *Wie wirkt sich ein Ausbeuteeinbruch auf $Y = 30\%$ durch eine technologische Umstellung auf den Defektanteil der gefertigten Schaltkreise aus?*

Y	Ausbeute (Yield).
DL	Defektanteil nach Aussortieren oder Ersatz erkannter defekter Produkte.
dpm	Anzahl der defekten Produkte von einer Million (defecs per million).
DC	Defektabdeckung (defect coverage), Anteil der erkennbar defekten Produkte.

Die zu erwartende Ausbeute einer Schaltkreisfertigung sei $Y = 80\%$ und der Defektanteil der vom Test als gut befundenen Schaltkreise sei $DL = 1000$ dpm.

a) *Auf welche Defektüberdeckung DC der Tests lässt das schließen?*

$$DL = \frac{(1-Y)\cdot(1-DC)}{Y\cdot DC} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} DC &= \frac{1-Y}{DL\cdot DC + 1 - Y} \\ &= \frac{1-80\%}{10^{-3}\cdot 80\% + 1 - 80\%} = 99{,}6\% \end{aligned}$$

Ist eine so hohe Defektüberdeckung für Schaltkreise realistisch oder beziehen sich die Angaben zum Defektanteil auf den viel geringeren Anteil der von Geräteherstellern reklamierten Schaltkreise mit nachweisbaren Fertigungsfehlern?

Die zu erwartende Ausbeute einer Schaltkreisfertigung sei $Y = 80\%$ und der Defektanteil der vom Test als gut befundenen Schaltkreise sei $DL = 1000$ dpm.

b) *Wie wirkt sich ein Ausbeuteeinbruch auf $Y = 30\%$ durch eine technologische Umstellung auf den Defektanteil der gefertigten Schaltkreise aus?*

(2.8) $$DL = \frac{(1-Y)\cdot(1-DC)}{Y\cdot DC}$$

Defektüberdeckung aus Aufgabenteil a $DC = 99{,}6\%$. Anstieg des Defektanteil der getesteten Bauteile auf:

$$DL = \frac{(1-30\%)\cdot(1-99{,}6\%)}{99{,}6\%\cdot 30\%} = 9{,}3\cdot 10^{-3} \gg 1000\,\mathrm{DPM}$$

Ein Ausbeuteeinbruch von 80% auf 30% bewirkt, dass sich der Defektanteil der getesteten und ausgelieferten Schaltkreise fast verzehnfacht.

Aufgabe 3.14: Fehlerbeseitigung durch Reparatur (1)

Ein Programm von 1.000 NLOC habe abschätzungsweise nach dem Syntaxtest und der erfolgreichen Abarbeitung der ersten Testbeispiele noch 20 Fehler. Der nachfolgende Test habe einer Erkennungswahrscheinlichkeit von 60%.

$\mu_{\mathrm{CF}} = 20$, $p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FD}} = 60\%$

a) *Wie groß darf die Anzahl der neu entstehenden Fehler je vorhandener Fehler* η_{RF} *maximal sein, damit sich die zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler mindestens halbiert?*

b) *Wie groß darf die Fehlerentstehungsrate* ξ_{R} *(neu entstehende Fehlern je Reparaturversuch) maximal sein, wenn die Erfolgswahrscheinlichkeit der Reparatur* $p_{\mathrm{R}} = 30\%$ *beträgt?*

μ_{CF}	Zu erwartende Anzahl der Fehler aus den Entstehungsprozessen.
$p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FE}}$	Fehlerbeseitigungswahrscheinlichkeit hier gleich Fehlernachweiswahrscheinlichkeit.
η_{RF}	Fehlerentstehungsrate in neue Fehler je vorhandener Fehler.
p_{R}	Erfolgswahrscheinlichkeit der Reparatur.
ξ_{R}	Fehlerentstehungsrate in neue Fehler je Reparaturversuch.
p_{R}	Erfolgswahrscheinlichkeit der Reparatur.

$\mu_{\mathrm{CF}} = 20$, $p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FD}} = 60\%$

a) *Wie groß darf die Anzahl der neu entstehenden Fehler je vorhandener Fehler η_{RF} maximal sein, damit sich die zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler mindestens halbiert?*

(3.23) $$\mu_{\mathrm{F}} = \mu_{\mathrm{CF}} \cdot (1 - p_{\mathrm{FD}}) \cdot (1 + \eta_{\mathrm{RFR}})$$

(3.21) $$\eta_{\mathrm{RFR}} = p_{\mathrm{FD}} \cdot \eta_{\mathrm{RER}} = p_{\mathrm{FD}} \cdot \left(\frac{\eta_{\mathrm{RE}}}{1-\eta_{\mathrm{RE}}}\right) \text{ für } \eta_{\mathrm{RE}} < 1$$

mindestens Halbierung:

$$\frac{\mu_{\mathrm{F}}}{\mu_{\mathrm{CF}}} = \frac{(1 - p_{\mathrm{FD}}) \cdot}{1 - \eta_{\mathrm{RFR}}} \leq 0{,}5; \quad \eta_{\mathrm{RFR}} \leq 1 - 2 \cdot (1 - p_{\mathrm{FD}}) = 1 - 2 \cdot (1 - 60\%) = 20\%$$

neue Fehler je ursprünglicher Fehler. Aufgelöst nach der Anzahl der neu entstehenden Fehler je vorhandener Fehler:

$$\eta_{\mathrm{RE}} \leq 1 - \frac{1}{\frac{\eta_{\mathrm{RFR}}}{p_{\mathrm{FE}}}+1} = 1 - \frac{1}{\frac{0{,}2}{0{,}6}+1} = 0{,}25$$

μ_{F} Zu erwartende Fehleranzahl nach Test und Beseitigung aller erkennbaren Fehler.

$\mu_{\mathrm{CF}} = 20$, $p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FD}} = 60\%$

b) *Wie groß darf die Fehlerentstehungsrate* ξ_{R} *(neu entstehende Fehlern je Reparaturversuch) maximal sein, wenn die Erfolgswahrscheinlichkeit der Reparatur* $p_{\mathrm{R}} = 30\%$ *beträgt?*

(3.19)
$$\eta_{\mathrm{RE}} = \frac{\eta_{\mathrm{RF}}}{p_{\mathrm{FD}}} = \frac{\xi_{\mathrm{R}}}{p_{\mathrm{R}}} < 1$$

Anzahl der neu entstehenden Fehler je vorhandener Fehler nach Aufgabenteil a:

$$\eta_{\mathrm{RE}} \leq 0{,}25$$
$$\xi_{\mathrm{R}} = \eta_{\mathrm{RE}} \cdot p_{\mathrm{R}} \leq 0{,}25 \cdot 30\% = 7{,}5\%$$

Im Mittel nicht mehr als 7,7 Fehler bei 100 Reparaturversuchen.

Aufgabe 3.15: Fehlerbeseitigung durch Reparatur (2)

Der Test eines Programms erkennt 95% der 100 entstandenen Fehler. Die Beseitigung eines erkannten Fehler erfordert im Mittel 5 Reparaturversuche und bei 30 Reparaturversuchen entsteht im Mittel 1 neuer Fehler.

$\mu_{\mathrm{CF}} = 100$, $p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FE}} = 95\%$, $p_{\mathrm{R}} = 1/5$, $\xi_{\mathrm{R}} = 1/30$

a) *Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler μ_{F}?*

b) *Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler μ_{F}, wenn der Verzicht auf Rückbau die Fehlerentstehungsrate je Reparaturversuch auf 10% verdreifacht?*

μ_{CF}	Zu erwartende Anzahl der Fehler aus den Entstehungsprozessen.
$p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FE}}$	Fehlerbeseitigungswahrscheinlichkeit hier gleich Fehlernachweiswahrscheinlichkeit.
p_{R}	Erfolgswahrscheinlichkeit der Reparatur.
ξ_{R}	Fehlerentstehungsrate in neue Fehler je Reparaturversuch.
μ_{F}	Zu erwartende Fehleranzahl nach Test und Beseitigung aller erkennbaren Fehler.

$\mu_{\text{CF}} = 100$, $p_{\text{FD}} = p_{\text{FE}} = 95\%$, $p_{\text{R}} = 1/5$, $\xi_{\text{R}} = 1/30$

a) *Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler μ_{F}?*

(3.22) $$\eta_{\text{RFR}} = p_{\text{FD}} \cdot \left(\frac{\xi_{\text{R}}}{p_{\text{R}} - \xi_{\text{R}}}\right) \text{ für } p_{\text{R}} > \xi_{\text{R}}$$

(3.23) $$\mu_{\text{F}} = \mu_{\text{CF}} \cdot (1 - p_{\text{FD}}) \cdot (1 + \eta_{\text{RFR}})$$

Zu erwartende Anzahl der neu entstehenden Fehler je beseitigter Fehler:

$$\eta_{\text{RFR}} = \frac{95\% \cdot 0{,}2}{0{,}2 - 1/30} - 95\% = 0{,}13$$

Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler

$$\mu_{\text{F}} = 100 \cdot (1 - 95\%) \cdot (1 + 0{,}13) = 5{,}65$$

Davon sind abschätzungsweise 5 nicht erkannte Fehler aus dem Entstehungsprozess und 0,65 bei Reparaturversuchen entstandene Fehler.

η_{RFR} Fehlerentstehungsrate in neue Fehler je vorhandener ursprünglicher Fehler.

$\mu_{\mathrm{CF}} = 100$, $p_{\mathrm{FD}} = p_{\mathrm{FE}} = 95\%$, $p_{\mathrm{R}} = {}^1/_5$, $\xi_{\mathrm{R}} = {}^1/_{30}$

b) *Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler μ_{F}, wenn der Verzicht auf Rückbau die Fehlerentstehungsrate je Reparaturversuch auf 10% verdreifacht?*

(3.22) $$\eta_{\mathrm{RFR}} = p_{\mathrm{FD}} \cdot \left(\frac{\xi_{\mathrm{R}}}{p_{\mathrm{R}} - \xi_{\mathrm{R}}}\right) \text{ für } p_{\mathrm{R}} > \xi_{\mathrm{R}}$$

(3.23) $$\mu_{\mathrm{F}} = \mu_{\mathrm{CF}} \cdot (1 - p_{\mathrm{FD}}) \cdot (1 + \eta_{\mathrm{RFR}})$$

Zu erwartende Anzahl der neu entstehenden Fehler je beseitigter Fehler:

$$\eta_{\mathrm{RFR}} = \frac{95\% \cdot 0{,}2}{0{,}2 - 0{,}1} - 95\% = 1{,}9$$

Zu erwartende Anzahl der nicht beseitigten Fehler

$$\mu_{\mathrm{F}} = 100 \cdot (1 - 95\%) \cdot (1 + 1{,}9) = 14{,}5$$

Davon sind abschätzungsweise 5 nicht erkannte Fehler aus dem Entstehungsprozess und 9,5 bei Reparaturversuchen entstandene Fehler.